Translation

Exercice 1 :

Soit t_1 et t_2 deux translations de vecteur respectif $\vec{u}_1$ et $\vec{u}_2$.

Pour tout M, on considère les points $M_1 = t_1(M)$ et $M_2 = t_2(M)$.

Montrer que M_2 est l'image de M_1 par une translation t dont on déterminera le vecteur.

Exercice 2 :

Soit A et B deux points distincts et (Δ) une droite du plan. Pour tout point M de (Δ), on considère le point N tel que ABMN soit un parallélogramme.

Déterminer l'ensemble des points N.

Exercice 3 :

Soit A et B deux points distincts et (Δ) une droite du plan. Pour tout point B' de (Δ), on considère le point C symétrique de A par rapport à B' et le point A' milieu du segment [BC].

Déterminer l'ensemble des points A'.

Exercice 4 :

Soit (Δ_1) et (Δ_2) deux droites sécantes et $\vec{u}$ un vecteur non nul du plan.

On pose $(\Delta_1') = t_{\vec{u}}(\Delta_1)$ et $(\Delta_2') = t_{-\vec{u}}(\Delta_2)$. On note M le point d'intersection des droites (Δ_1) et (Δ_2') et N le point d'intersection des droites (Δ_2) et (Δ_1').

Exercice 5 :

Dans le plan, On considère une droite (D) , A un point extérieur à la droite (D) et un cercle (C) de centre O et de rayon r tel que la droite (D) ne soit tangente à (C).

On considère les points de contact M et N des tangentes à (C) parallèles à (D).

Déterminer l'ensemble des points M et N.

Translation Corrigé

Exercice 1 :

On a : $\overrightarrow{MM_1} = \overrightarrow{v_1}$ et $\overrightarrow{MM_2} = \overrightarrow{v_2}$, il en résulte :

$\overrightarrow{M_1M_2} = \overrightarrow{M_1M} + \overrightarrow{MM_2} = \overrightarrow{MM_2} - \overrightarrow{MM_1} = \overrightarrow{u_2} - \overrightarrow{u_1}$.

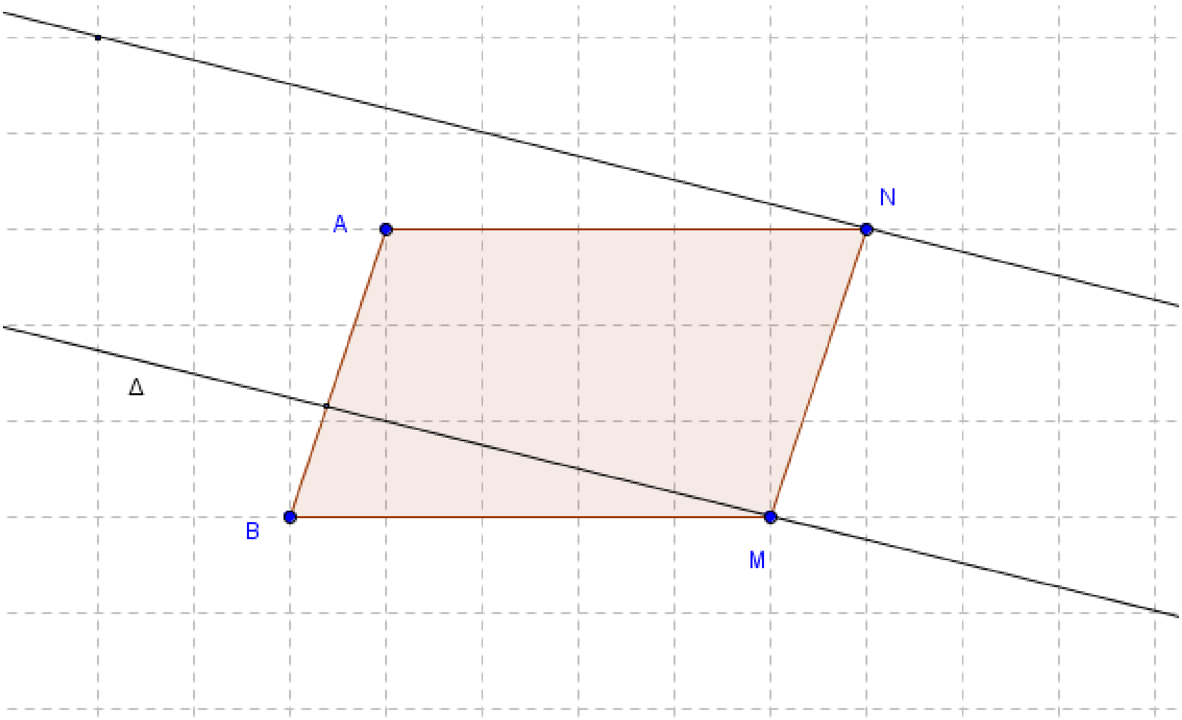
Donc t est la translation de vecteur $\overrightarrow{u_2} - \overrightarrow{u_1}$.

Exercice 2 :

ABMN est un parallélogramme équivaut à $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{BA}$

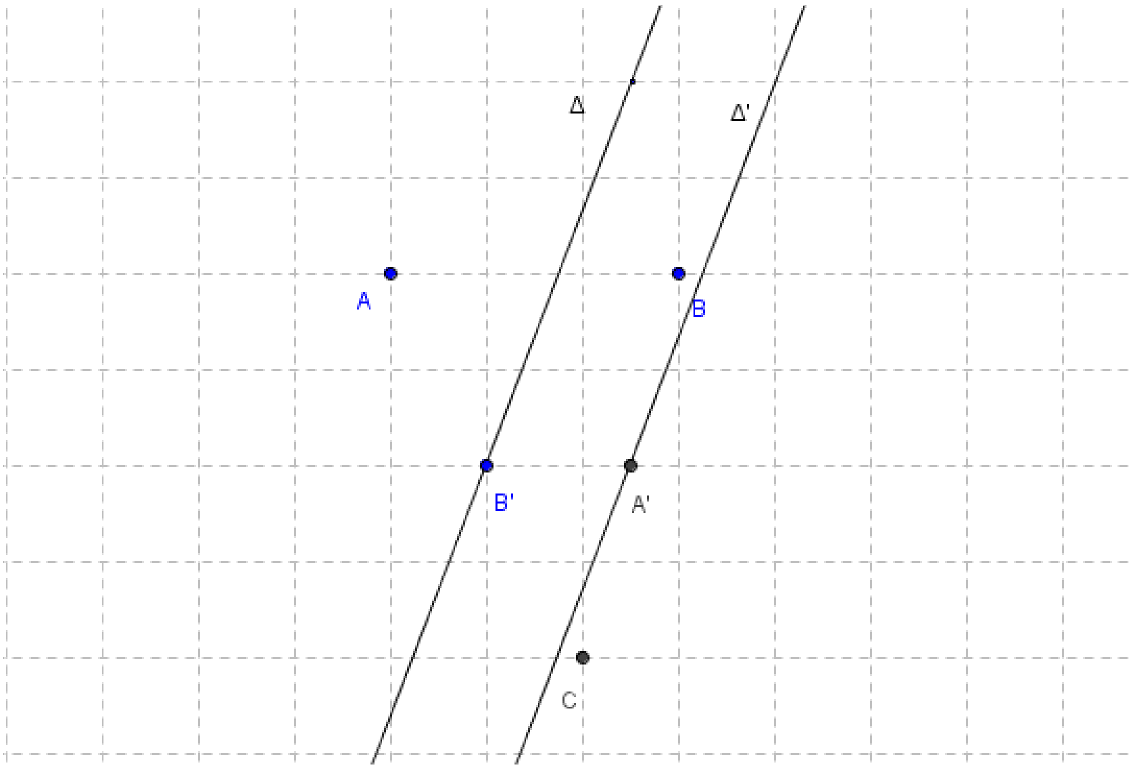
équivaut à $t_{\overrightarrow{BA}}(M) = N$

Comme l'ensemble des points M est (Δ) alors l'ensemble des points N est la droite (Δ ') image de (Δ) par la translation $t_{\overrightarrow{BA}}$.



Translation Corrigé

Exercice 3 :



On a : C est le symétrique de A par rapport à B' donc B' est milieu du segment [AC]

d'où $\overrightarrow{B'C} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$.

Et : A' est milieu du segment [AC] implique $\overrightarrow{CA'} = \frac{1}{2}\overrightarrow{CB}$.

Il en résulte :

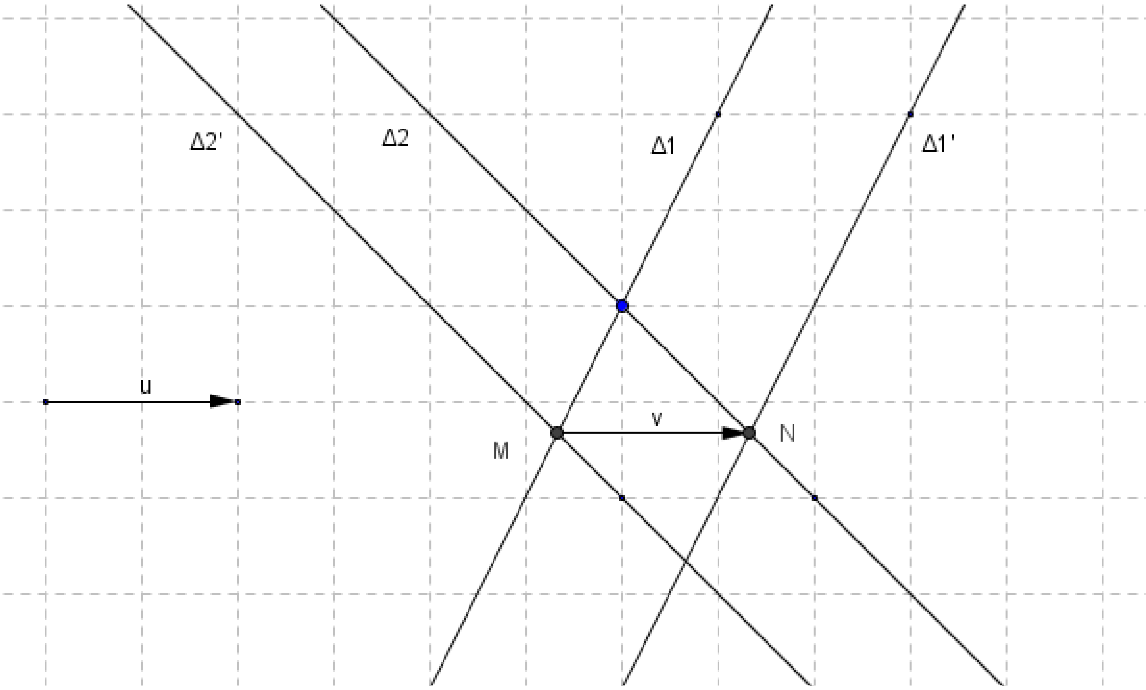
$$\overrightarrow{B'A'} = \overrightarrow{B'C} + \overrightarrow{CA'} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{CB} = \frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CB}\right) = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}.$$

L'ensemble des points B' est la droite (Δ).

L'ensemble des points A' est donc la droite (Δ') image de la droite (Δ) par la translation de vecteur $\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$.

Translation Corrigé

Exercice 4 :



Soit M'' le point défini par $M'' = t_{\vec{u}}(M)$.

M appartient à la droite (Δ_1) donc M'' appartient à $t_{\vec{u}}(\Delta_1) = (\Delta_1')$.

On sait que $(\Delta_2') = t_{-\vec{u}}(\Delta_2)$ donc $t_{\vec{u}}(\Delta_2') = \Delta_2$

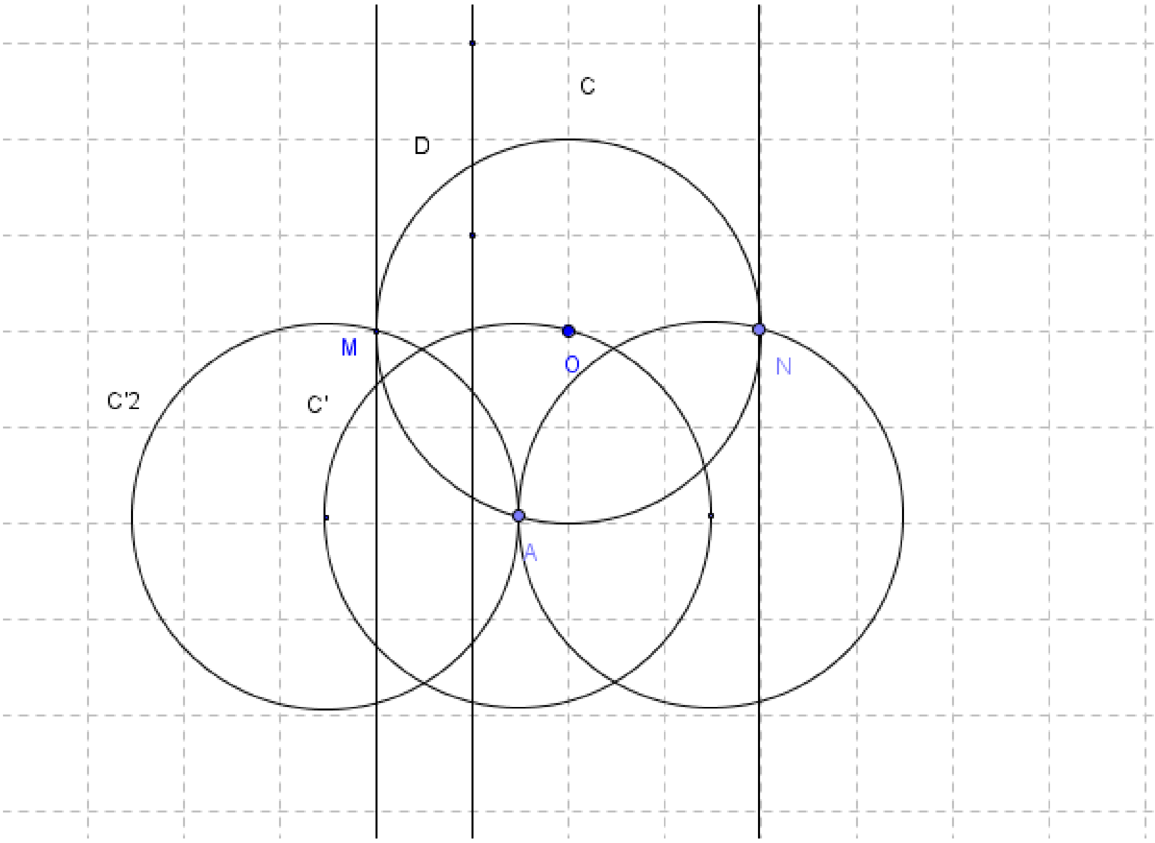
M appartient à la droite (Δ_2') donc M'' appartient à $t_{\vec{u}}(\Delta_2') = (\Delta_2)$.

IL en résulte que M'' appartient à $\Delta_1' \cap \Delta_2 = \{N\}$.

Par suite $t_{\vec{u}}(M) = N$, ou encore $\overrightarrow{MN} = \vec{u}$.

Translation Corrigé

Exercice 5 :



Soit $\vec{i}$ un vecteur unitaire normal à la droite (D).

On a : $\overrightarrow{OM_1} = r\vec{i}$ et $\overrightarrow{OM_2} = -r\vec{i}$.

L'ensemble des points O est le cercle (C') de centre A et de rayon r ;

L'ensemble des points M_1 est donc le cercle (C'_1) déduit du cercle (C') par la translation de vecteur $r\vec{i}$ et l'ensemble des points M_2 est donc le cercle (C'_2) déduit du cercle (C') par la translation de vecteur $-r\vec{i}$.