Rotation

Exercice 1 :

Soit A et A' deux points distincts d'un cercle $(\mathscr{C})$ de centre O, et r la rotation de centre O telle que r(A) = A'.

Construire l'image par d'un point M distinct de O.

Exercice 2 :

Soit A et B deux points distincts.

Déterminer l'ensemble des centres O des rotations r telles que r(A) = B.

Exercice 3 :

Soit O, A et B trois points distincts.

Rechercher les rotations r telles que r(A) = O et r(O) = B.

Exercice 4 :

Soit $(\mathscr{C})$ un cercle de centre O et de rayon R et A un .

Pour tout point B de $(\mathscr{C})$, on considère le point C tel que ABC soit un triangle équilatéral de sens direct.

Déterminer l'ensemble des points C.

Exercice 5 :

Soit $\left(D_1\right)$ et $\left(D_2\right)$ deux droites parallèles et A un point .

Construire deux points B et C tels que : $B \in \left(D_1\right)$, $C \in \left(D_2\right)$, $AB = AC$ et $\widehat{BAC} = \frac{\pi}{4}$ dans le sens direct.

Rotation Corrigé

Exercice 1 :

On a OM = OM' , donc M' appartient au cercle (𝒞') de centre O et de rayon OM.

Et OA = OA' , donc A' appartient au cercle (𝒞) de centre O et de rayon OA.

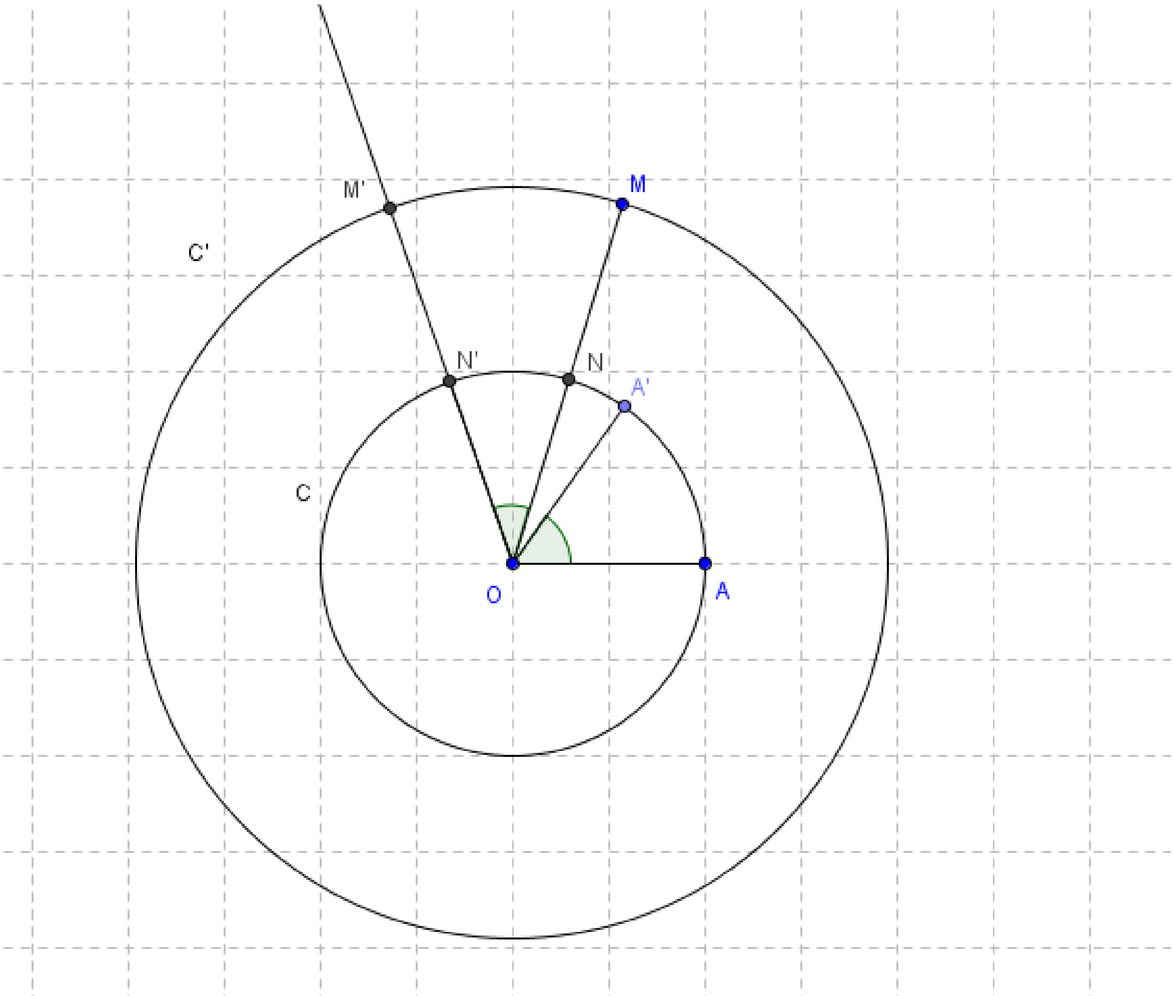
La demi-droite [OM) coupe le cercle (𝒞) en N.

Soit N' = r(N), on a donc ON = ON' d'où N' appartient à (𝒞) et $\widehat{NON'} = \widehat{AOA'}$ et de même sens.

L'image de la demi-droite [OM) par r est donc la droite [ON').

Par suite : M' appartient à la demi-droite [ON').

E résumé , M' est le point d'intersection de (𝒞') et [ON').



Rotation Corrigé

Exercice 2:

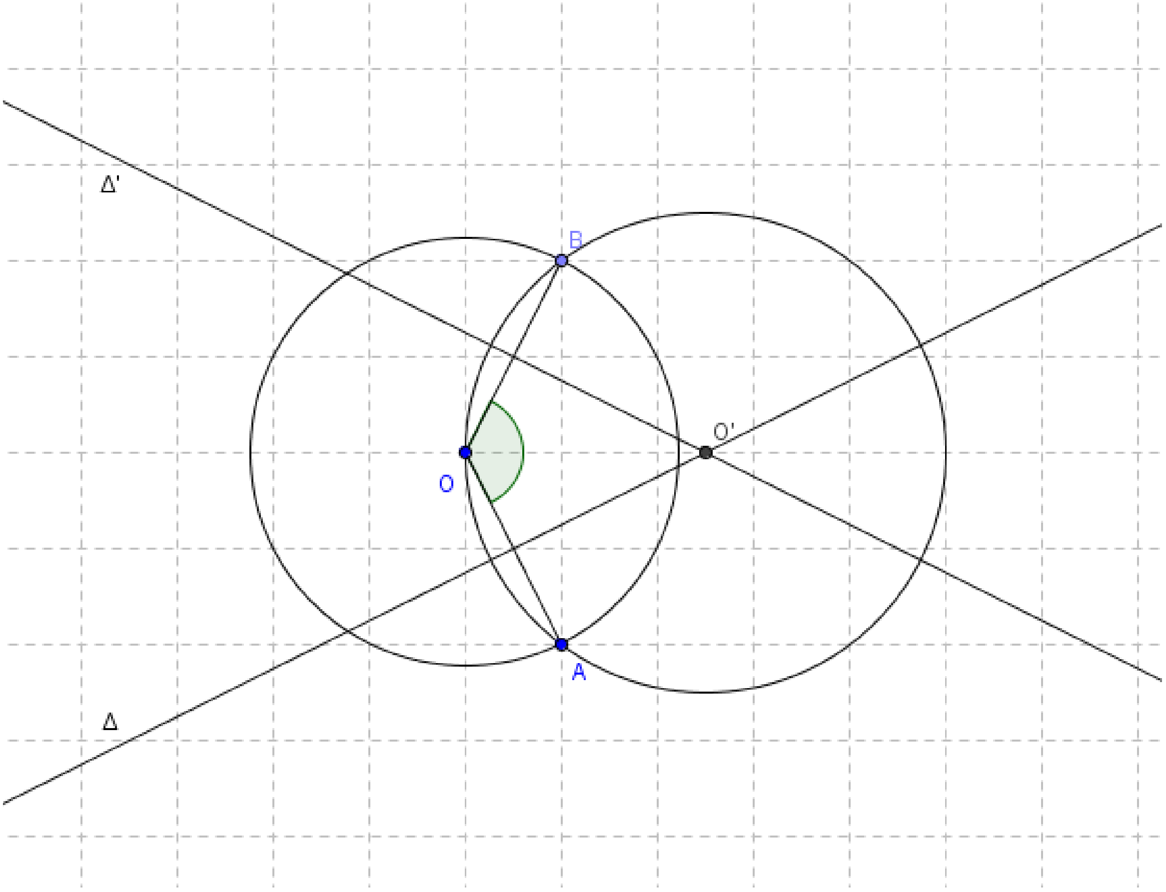
Si r est une rotation de centre O telle que r(A) = B, on a OA = OB et donc O appartient à la médiatrice (Δ) du segment [AB].

Réciproquement, soit O un point de (Δ) et r la rotation de centre O et d'angle $\widehat{AOB}$.

De OA = OB, il résulte que r(A) = B.

Donc (Δ) , médiatrice de [AB], est l'ensemble des centres des rotations r telles que r(A) = B.

Exercice 3 :



S'il existe une telle rotation r, une rotation conservant les distances, on a nécessairement

OB = OA et le centre O' de r appartient aux médiatrices (Δ) et (Δ ') respectivement des segments [OA] et [OB].

Donc $\{O'\} = \Delta \cap \Delta'$.

Rotation Corrigé

On en déduit que si les points O, A et B sont alignés , il n'existe pas de rotation r telle que r(A) = O et r(O) = B.

Réciproquement, supposons que O, A et B ne sont pas alignés et que OA = OB.

Soit O' le point d'intersection des médiatrices des segments [OA] et [OB] et soit r la rotation de centre O' telle que r(A) = O.

O' est le centre du cercle circonscrit au triangle OAB.

De plus : de AO = OB, il résulte que $\widehat{AO'O} = \widehat{OO'B}$ et orienté dans le même sens.

On en déduit r(O) = B.

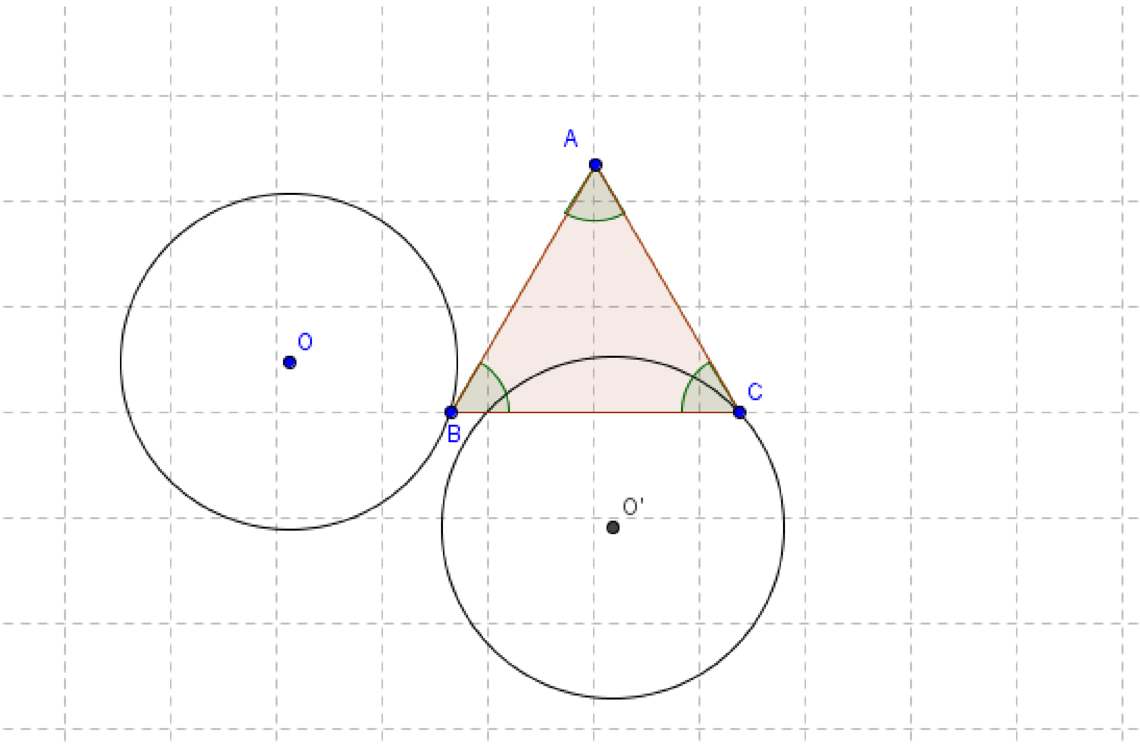
Donc r est l'unique rotation telle que r(A) = O et (O) = B.

Exercice 4 :

ABC est un triangle équilatéral de sens direct donc C se déduit de B par la rotation r de centre A et d'angle $\frac{\pi}{3}$ de sens direct.

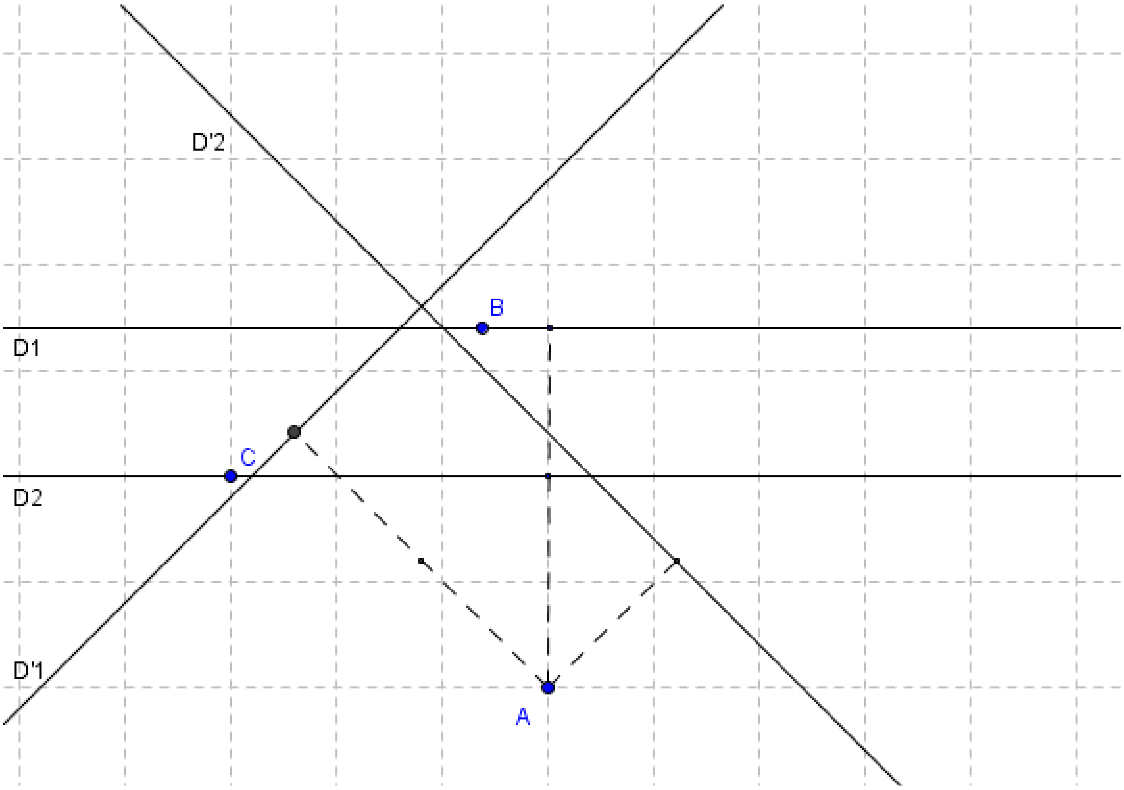
L'ensemble des points B est le cercle ($\mathscr{C}$) donc l'ensemble des points C est le cercle

r ($\mathscr{C}$) = ($\mathscr{C}'$) de centre O' et de rayon R.



Rotation Corrigé

Exercice 5 :



Soit r la rotation direct de centre A et d'angle $\frac{\pi}{4}$ et r' rotation indirect de centre A et d'angle $\frac{\pi}{4}$. Les points B et C vérifient : $B \in (D_1)$, $C \in (D_2)$, $r(B) = C$ et $r'(C) = B$.

Il en résulte que C appartient aussi à la droite (D'_1) image de (D_1) par r.

De même, on montre que B appartient à la droite (D'_2) image de (D_2).

On en déduit la construction suivante :

Soit C le point d'intersection des droites (D'_1) et (D_2) et B le point d'intersection des droites (D_1) et (D'_2), donc r(B) appartient à $r(D_1) \cap r(D'_2) = (D'_1) \cap (D_2)$.

D'où r(B) = C.