Lycée IBN KHALDOUN - RADES
Mr ABIDI Farid
Durée : 1h - Le 17-03-2011

DEVOIR DE CONTROLE N°4
MATHEMATIQUES
CLASSE 2ème Sciences 2

Exercice n°1 : (3points)

Répondre par « Vrai » ou « Faux » à chacune des questions suivantes , aucune justification n'est demandée.

1) (U_n) est une suite géométrique, on pose : $S = U_0 + U_1 + U_2 + U_3 + U_4$.

Si la raison $q = 2$ et $S = 155$ alors $U_0 = 5$

2) Si (U_n) est une suite arithmétique alors $\dfrac{U_{100} + U_{300}}{2} = U_{200}$.

3) Si $U_n = \dfrac{7^{2n-2}}{5^{n+1}}$ alors (U_n) est une suite géométrique de raison $q = \dfrac{343}{5}$.

Exercice n°2 : (5 points)

Soit la suite (U_n) définie sur $\mathbb{N}$ par : $U_n = 2n+7$.

1) Prouver que (U_n) est une suite arithmétique de raison r = 2.
2) Soit la somme $S_n = U_0 + U_1 + \dots + U_n$, avec $n > 0$.
   a) Montrer que $S_n = n^2 + 8n + 7$.
   b) Déterminer n pour que $S_n = 475$.

Exercice n°3 : (6 points)

Soit la suite (V_n) la suite géométrique de raison $q > 0$ telle que $V_2 = 7$ et $V_4 = 63$.

1) Déterminer le terme général V_n .

2) Déterminer n pour que $V_n = 5103$.

2) Calculer la somme $S = 7 + 21 + 63 + ... + 5103$.

Exercice n°4 : (6 points)

ABC est un triangle équilatéral **direct**. On désigne par $(\mathscr{C})$ le cercle du centre A et passant par B et C.

1) Soit : $I = S_{(AC)}(B)$.
   a) Montrer que $I \in \mathscr{C}$.
   b) Quelle est la nature du quadrilatère ABCI ?

2) Soit r la rotation indirecte de centre I et d'angle $\dfrac{\pi}{3}$.

   a) Justifier que r(C) =A.
   b) Construire le point D = r(A). montrer que A est le milieu de [BD].

3) La droite (BI) coupe (AC) en J. on pose K est milieu de [AD].
   Montrer que le triangle IJK est équilatéral.
4) La parallèle Δ à (AI) passant par D coupe (AC) en E.
   a) Déterminer r((AD)) et r((CB)).
   b) En déduire que r(B) = E.

Exercice 1:

1. Vrai ; 2. Vrai ; 3. Faux .

Exercice 2:

1. Pour tout entier naturel n , $U_{n+1}-U_n=2(n+1)+7-(2n+7)=2n+2+7-2n-7=2$.

2. a) $S_n=U_0+U_1+....+U_n=(n+1).\dfrac{U_0+U_n}{2}=(n+1).\dfrac{7+(2n+7)}{2}=(n+1).(n+7)$

   donc $S_n=n^2+8n+7$.

   b) $S_n=475$ équivaut à $n^2+8n+7=475$ équivant à $n^2+8n-468=0$.

   Résolvons dans l'ensemble $\mathbb{R}$ l'équation : $x^2+8x-468=0$

   son discriminant réduit est $\Delta'=4^2-(-468)=16+468=484=22^2$, donc l'équation admet deux racines :

   $x_1=\dfrac{-4+22}{1}=18$ et $x_2=\dfrac{-4-22}{1}=-26$.

   Comme $-26\notin\mathbb{N}$ alors n = 18.

Exercice 3 :

1. Comme $V_4=V_2\times q^2$ et $q>0$ alors $q^2=\dfrac{V_4}{V_2}=\dfrac{63}{7}=9$ et $q>0$.

Par suite : q = 3.

Cherchons le premier terme $V_2=V_0\times q^2$ équivaut à $V_0=\dfrac{V_2}{q^2}$ équivaut à $V_0=\dfrac{7}{9}$

Ainsi , pour tout entier n : $V_n=V_0\times q^n=\dfrac{7}{9}\times 3^n=7\times 3^{n-2}$.

2. $V_n=5103$ équivant à $7\times 3^{n-2}=5103$ équivaut à $3^{n-2}=729$ équivaut à $3^{n-2}=3^6$

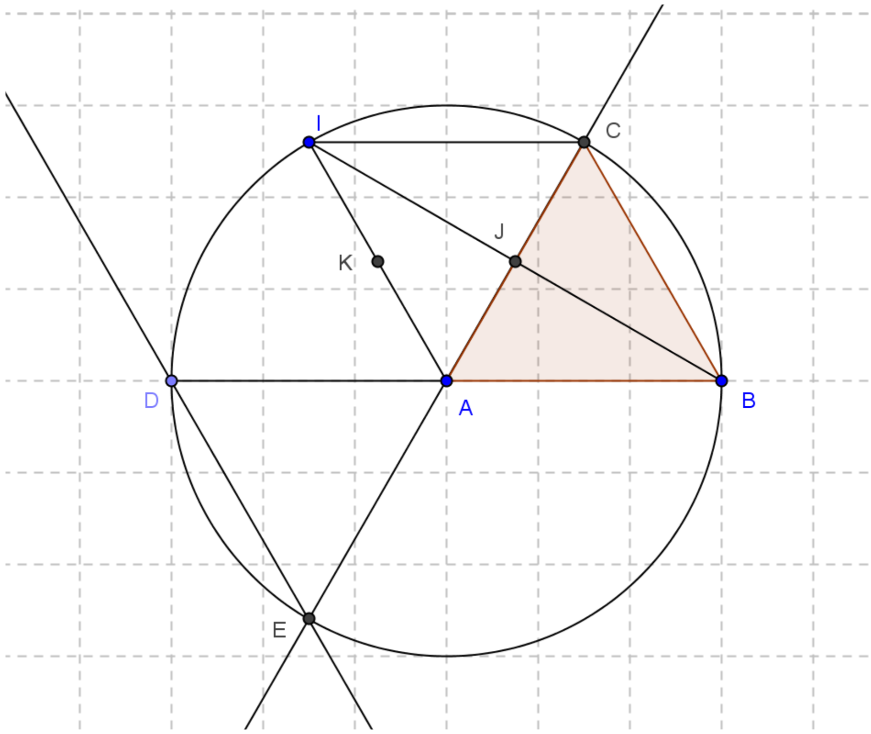
équivaut à n – 2 = 6 équivaut à n = 8.

3. $S=7+21+63+...+5103=V_2+V_3+V_4+...+V_8=V_2.\dfrac{1-q^7}{1-q}=7.\dfrac{1-3^7}{1-3}=\dfrac{7}{2}\times 2186$

D'où S = 7651.

Exercice 4 :

1. Figure :



a) $I = S_{(AC)}(B)$ donc AI = AB . Comme B est un point du cercle $\mathscr{C}$ alors I appartient à $\mathscr{C}$.

b) ABC est un triangle équilatéral et $I = S_{(AC)}(B)$ donc ABCI est un losange.

2. a) On a : IC = IA et $CIA = \frac{\pi}{3}$ (dans le sens indirect) donc r(C) = A.

b) r(D) = A équivaut à DIA est un triangle équilatéral indirect.

On a : AB = AI et AI = AD donc AB = AD.

D'autre part : $BAD = BAI + IAD = 2BAC + IAD = 2\frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{3} = \pi$.

Ainsi : A est le milieu du segment [BD].

3. J est le centre du losange ABCI donc J est le milieu du segment [AC].
IL en résulte : r(J) est le milieu de segment r([AC]) = [DA] .
Or K est le milieu du segment [AD] donc r(J) = K. Par suite , le triangle IJK est équilatéral.

4. a) (AD) est la parallèle à (IC) passant par A donc r((AD)) est la parallèle à r((IC)) = (IA) et passant par r(A) = D d'où r((AD)) = Δ .
(CB) est la parallèle à (AI) passant par C donc r((CB)) est la parallèle à r((AI))= (ID) passant par r(C)= A d'où r((CB)) = (CA).

b) On a : $\{B\} = (AD) \cap (CB)$ donc $\{r(B)\} = r((AD)) \cap r((CB)) = \Delta \cap (CA) = \{E\}$

Donc r(B) = E.