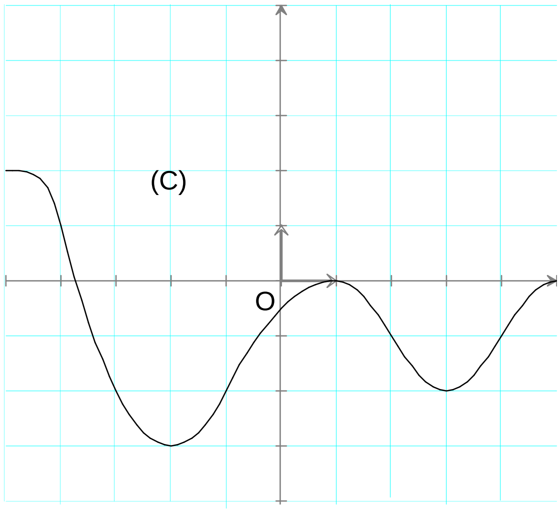
# Généralité sur les fonctions

**Exercice 1**

Une fonction $f$ est définie sur l'intervalle [-5, 5] par sa courbe (C) ci – dessous.

1. Quel est le maximum de *f*, son minimum. Pour quelles valeurs sont-ils atteints ?
2. Par lecture graphique, donner les images de 2, –3, –4.
3. Par lecture graphique, donner les antécédents de –2.
4. Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x) \geq -1$.




**Exercice 2**

Une fonction *f* admet le tableau de variation suivant :

| $x$ | $-2$ | | $1$ | | $5$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | $+\infty$ | ↘ | $-2$ | ↗ | $4$ | ↘ | $0$ |

Dire si les affirmations suivantes sont vraies, fausses ou si on ne peut rien dire :

$f(0) \geq -3$ ; $f(4) \geq f(2)$ ; $f(3) = 1$ ; $f(0) \leq f(6)$ ;

2 a trois antécédents ; 4 est le maximum de $f$ ;

Si $5 < x_1 < x_2$ alors $f(x_1) < f(x_2)$

**Exercice 3**

*ABCD* est un rectangle, avec *AB* = 10 cm et *AD* = 5 cm. Un point *E* est situé sur le segment [*CD*], on appelle *x* la longueur *DE*.

1. A quel intervalle appartient *x* ?
2. Exprimer en fonction de *x* les longueurs *AE* et *BE*.
3. En déduire que $AE^2 + BE^2 = 2x^2 - 20x + 150$.
4. On pose, pour *x* appartenant à [0 ; 10], $f(x) = 2x^2 - 20x + 150$. Reproduire le tableau de valeurs suivant, le remplir :

| $x$ | 0 | 1 | 2 | 4 | 5 | 6 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | | | | | | | | | |

Pour quelle valeur *a* la fonction *f* semble-t-elle atteindre son minimum ?

5. En factorisant $f(x) - 100$, déterminer la valeur du minimum de *f*.
6. Pour quelle position du point $E$ la somme $AE^2 + BE^2$ est-elle minimale ?

# Généralité sur les fonctions corrigé

**Exercice 1**

1) Le maximum est la plus grande image possible, ici c'est 2, atteint pour $x=-5$. Le minimum est la plus petite valeur possible, ici c'est –3 atteint pour $x=-2$

2) On se place aux abscisses respectives 2, –3, –4, on lit les ordonnées sur la courbe. $f(2)=-1$, $f(-3)=-2$, $f(-4)=1$.

3) On se place à l'ordonnée –2, et on lit les abscisses. –2 a pour antécédents –3, –1, 3.

4) Les solutions sont les abscisses des points de la courbe situés sur ou au dessus de la droite d'équation $x=-1$. On lit $S=[-5;-3,4]\cup[-0,5;2]\cup[4;5]$.

Exercice 2

.

$f(0)\geq -3$ : c'est vrai, comme 0 est dans $]-2;1]$, $f(0)\geq -2$

$f(4)\geq f(2)$ : c'est vrai, ils sont dans l'intervalle $[1;5]$ où $f$ est croissante.

$f(3)=1$ : on ne peut rien en dire, on sait seulement que $f(3)$ est entre –2 et 4.

$f(0)\leq f(6)$ : on ne peut rien dire, on sait que $f(0)\geq -2$, que $0\leq f(6)\leq 4$, mais ils peuvent être dans n'importe quel ordre.

2 a trois antécédents : c'est vrai, d'après le tableau $f$ passe 3 fois par la valeur 2.

4 est le maximum de $f$ : c'est faux, puisque $f$ va à l'infini.

Si $5<x_1<x_2$ alors $f(x_1)<f(x_2)$ : c'est faux, au contraire $f$ est décroissante.

## Généralité sur les fonctions corrigé

**Exercice 3**

1. $x$ est une longueur, et $DC$ vaut 10, donc $x$ appartient à l'intervalle [0 ; 10].

2. Dans le triangle $ADE$, rectangle en $D$, d'après le théorème de Pythagore ,

$AE^2 = AD^2 + DE^2 = 5^2 + x^2$ donc $AE = \sqrt{x^2 + 25}$.

De même, dans le triangle $BCE$, rectangle en $C$, d'après le théorème de Pythagore,

$BE^2 = BC^2 + CE^2 = 5^2 + (10 - x)^2 = 25 + 100 - 20x + x^2$, donc $BE = \sqrt{x^2 - 20x + 125}$.

3. On peut donc écrire $AE^2 + BE^2 = x^2 + 25 + x^2 - 20x + 125 = 2x^2 - 20x + 150$.

4. On pose maintenant $f(x) = 2x^2 - 20x + 150$, pour $x$ appartenant à [0 ; 10]. On a :

| $x$ | 0 | 1 | 2 | 4 | 5 | 6 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | 150 | 132 | 118 | 102 | 100 | 102 | 118 | 132 | 150 |

$f$ semble atteindre son minimum pour la valeur $a$ égale à 5. Ce minimum semble être 100.

5. Calculons maintenant $f(x) - 100$ :

$f(x) - 100 = 2x^2 - 20x + 50 = 2(x^2 - 10x + 25) = 2(x - 5)^2$. Comme un carré est toujours positif on a $f(x) - 100 \geq 0$ donc $f(x) \geq 100$ pour tout réel $x$. 100 est donc bien le minimum de $f$, il est atteint pour la valeur 5.

6. Comme $AE^2 + BE^2$ est égal à $f(x)$, cette valeur est minimale pour $x$ égal à 5,

donc quand le point $E$ est au milieu de $[BC]$