Lycée IBN KHALDOUN - Radès Mr ABIDI Farid	Devoir de contrôle n°2 $2^{ème}$ S2	Durée : 1 heure 11 Novembre 2009

Exercice 1: (4,5 points)

Pour chaque question, trois réponses sont proposées, une seule réponse est correcte. Indiquez sur vôtre copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie.
Aucune justification n'est demandée.

1. Le plan est muni d'un repère orthonormé $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$, on considère les points P(1, -1) et Q(-3, 3).

a) $\overrightarrow{PQ}=4\vec{i}-4\vec{j}$; **b)** $PQ=2\sqrt{2}$; **c)** les points O, P et Q sont alignés.

2. L'ensemble de solutions dans $\mathbb{R}$ de l'équation $x+2\sqrt{x}+1=0$ est :

a) vide ; **b)** un singleton ; **c)** une paire.

3. l'ensemble de solution de l'inéquation Résoudre dans $\mathbb{R}$ de l'inéquation $4x^2-4x+1\leq 0$

est : **a)** $\mathbb{R}$; **b)** $\left[-\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right]$; **c)** $\left\{\frac{1}{2}\right\}$

Exercice 2: (5,5 points)

On considère le polynôme $P(x) = 4x^3 + 4x^2 - m.x + 1$ où m est un réel.

1. Déterminer m pour que 1 soit un zéro du polynôme P(x).
2. On suppose que m = 9.
   a) Déterminer alors une fonction polynôme Q du second degré telle que P(x) = (x - 1). Q(x)
   b) En déduire les solutions de l'équation P(x) = 0
   c) Puis dresser le tableau de signe de P(x).

Exercice 3: (10 points)

On considère un triangle ABC isocèle et rectangle B tel que AB = 4. On note I le milieu du segment [AC] et on désigne par J est le point du segment [AB] tel que $AJ=\frac{3}{4}AB$.

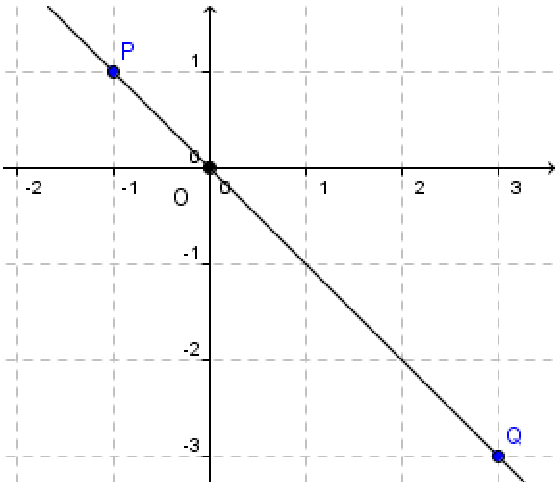
1. Montrer que J est le barycentre des points pondérés (A, 1) et (B, 3).
2. Construire K le barycentre des points pondérés (B, 3) et (C, -1) .
3. Déterminer et construire :
   a) l'ensemble (E) des points M du plan tels que $\left\|\overrightarrow{MA}+3\overrightarrow{MB}\right\|=\left\|\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MC}\right\|$.
   b) l'ensemble (F) des points M du plan tels que $\left\|\overrightarrow{MA}+3\overrightarrow{MB}\right\|=2\left\|3\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}\right\|$.

corrigé

Exercice 1:

1. c)

En plaçant les points P et Q dans un repère du plan, on remarque que les points P, O et Q sont alignés.



2. b)

Pour tout réel x positif ,

$x+2\sqrt{x}+1=0$ équivaut à $\left(\sqrt{x}+1\right)^2=0$ équivaut à $\sqrt{x}=0$ équivaut à $x=0$.

3. c)

Pour tout réel ,

$4x^2-4x+1\leq 0$ équivaut à $(2x-1)^2\leq 0$ équivaut à $2x-1=0$ équivaut à $x=\frac{1}{2}$.

Exercice 2:

On considère le polynôme $P(x) = 4x^3 + 4x^2 - m.x + 1$ où m est un réel.

1. 1 est un zéro du polynôme P(x) si, et seulement si, $P(1) = 0$ d'où $4 + 4 - m + 1 = 0$. Ou encore $m = -9$.
4. On suppose que $m = -9$.
   a) Soit a un réel non nul , b et c deux réels quelconques.

Pour tout réel x,

$$P(x) = (x-1)(ax^2+bx+c) = ax^3+(b-a)x^2+(c-b)x-c$$

$$\text{d'où } \begin{cases} a=4 \\ b-a=4 \\ c-b=-9 \\ -c=1 \end{cases} \text{ équivaut à } \begin{cases} a=4 \\ b=8 \\ c=-1 \end{cases}.$$

Donc $P(x) = (x-1)(4x^2+8x-1)$

b) $P(x) = 0$ équivaut à $x = 1$ ou $4x^2+8x-1=0$.

Résolvons dans $\mathbb{R}$ l'équation $4x^2+8x-1=0$

On a : $a = 4$, $b' = 4$ et $c = 1$.

Le discriminant réduit est $\Delta' = b'^2 - ac = 16+4 = 20$. Les racines de l'équation sont donc :

$$x_1=\frac{-b'-\sqrt{\Delta'}}{a}=\frac{-4-2\sqrt{5}}{4}=\frac{-2-\sqrt{5}}{2} \quad \text{et} \quad x_1=\frac{-b'+\sqrt{\Delta'}}{a}=\frac{-4+2\sqrt{5}}{4}=\frac{-2+\sqrt{5}}{2}.$$

Ainsi l'ensemble de solutions de l'équation $P(x)=0$ est $\left\{\frac{-2-\sqrt{5}}{2},\frac{-2+\sqrt{5}}{2},1\right\}$.

c) Dressons le tableau de signe de $P(x)$:

x	$-\infty$		$\frac{-2-\sqrt{5}}{2}$		$\frac{-2+\sqrt{5}}{2}$		1		$+\infty$
$x-1$		-		-		-	0	+	
$4x^2+8x-1$		+	0	-	0	+		+	
P(x)		-	0	+	0	-	0	+	

Exercice 3:

On considère un triangle ABC isocèle et rectangle B tel que AB = 4. On note I le milieu du segment [AC] et on désigne par J est le point du segment [AB] tel que $AJ=\frac{3}{4}AB$.

1. Comme J est le point du segment [AB] tel que $AJ=\frac{3}{4}AB$ alors $\overrightarrow{AJ}=\frac{3}{4}\overrightarrow{AB}=\frac{3}{1+3}\overrightarrow{AB}$

   D'où J est le barycentre des points pondérés (A, 1) et (B, 3).
2. K le barycentre des points pondérés (B, 3) et (C, -1) équivaut à $\overrightarrow{BK}=\frac{-1}{3-1}\overrightarrow{BC}=\frac{-1}{2}\overrightarrow{BC}$.
3.

   a) Soit l'ensemble (E) des points M du plan tels que $\left\|\overrightarrow{MA}+3\overrightarrow{MB}\right\|=\left\|\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MC}\right\|$.

   On sait que : $\overrightarrow{MA}+3\overrightarrow{MB}=4\overrightarrow{MJ}$ et $\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MC}=\overrightarrow{CA}$. il en résulte que :

   $\left\|\overrightarrow{MA}+3\overrightarrow{MB}\right\|=\left\|\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MC}\right\|$ équivaut à $\left\|4\overrightarrow{MJ}\right\|=\left\|\overrightarrow{CA}\right\|$ équivaut à $4JM=AC$.

   Ou encore $4.JM=4$ d'où $JM=1$.

   L'ensemble (E) est donc le cercle de centre J et de rayon 1.

c) Soit l'ensemble (F) des points M du plan tels que $\left\|\overrightarrow{MA}+3\overrightarrow{MB}\right\|=2\left\|3\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}\right\|$.

On sait que : $\overrightarrow{MA}+3\overrightarrow{MB}=4\overrightarrow{MJ}$ et $3\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}=2\overrightarrow{MK}$. il en résulte que :

$\left\|\overrightarrow{MA}+3\overrightarrow{MB}\right\| = 2\left\|3\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}\right\|$ équivaut à $\left\|4\overrightarrow{MJ}\right\| = 2\left\|2\overrightarrow{MK}\right\|$ équivaut à $4JM = 4KM$.

Ou encore JM = KM.

L'ensemble (F) est donc la médiatrice du segment [JK].