Activités fonctions définies par f(x) = a x²

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$

1- Exemple: $f(x) = x^2$
Pour étudier les variations de la fonction, on compare les images par f de deux réels distincts a et b tel que a < b :
$f(a) - f(b) = a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$.
On remarque que :

- Si $0 \leq a < b$ alors $a - b < 0$ *et* $a + b > 0$ donc f(a)-f(b) < 0
  On a ainsi : a < b donc f(a) < f(b) , on dit que la fonction f: $x \mapsto x^2$, est croissante sur l'intervalle $[0,+\infty[$
- Si $a < b \leq 0$ alors $a - b < 0$ *et* $a + b < 0$ donc f(a)-f(b) > 0
  Et on a ainsi : a < b donc f(a) > f(b) , on dit que la fonction f: $x \mapsto x^2$, est décroissante sur l'intervalle $[0,+\infty[$

On peut résumer les résultats dans un tableau du type:

x	$-\infty$	0	$+\infty$
f(x)	$+\infty$ ↘	0	↗ $+\infty$

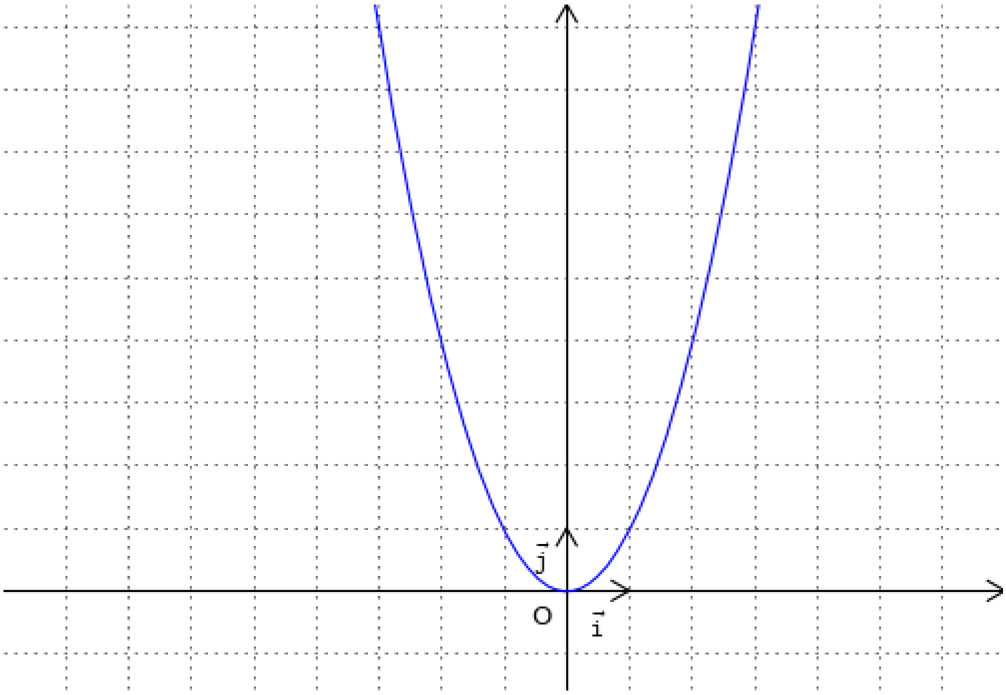
Le tableau ci-dessus, s'appelle le tableau de variation de f .
Soit (C) la courbe représentative de la fonction f .
Pour tout x réel, f(-x) = $(-x)^2 = x^2 = f(x)$
On dit que f est une fonction paire et que (C) est symétrique par rapport à l'axe des ordonnées.

On dit que (C) est une parabole de sommet O et d'axe $\left(O, \vec{j}\right)$.

Pour tracer la courbe représentative (C) de f , on peut compléter le tableau de valeurs suivants :

x	0	0,5	1	2	3
f(x) = x^2	0	0,24	1	4	9

Activités fonctions définies par f(x) = a x²



2- Exemple: $f(x) = \frac{1}{2}x^2$

La fonction f: $x \mapsto \frac{1}{2}x^2$, est croissante sur l'intervalle $[0,+\infty[$

et est décroissante sur l'intervalle $]-\infty,0]$

On peut résumer les résultats dans un tableau du type:

x	$-\infty$	0	$+\infty$
f(x)	$+\infty$ ↘	0	↗ $+\infty$

Soit (C) la courbe représentative de la fonction f .

Pour tout x réel, $f(-x) = \frac{1}{2}(-x)^2 = \frac{1}{2}x^2 = f(x)$

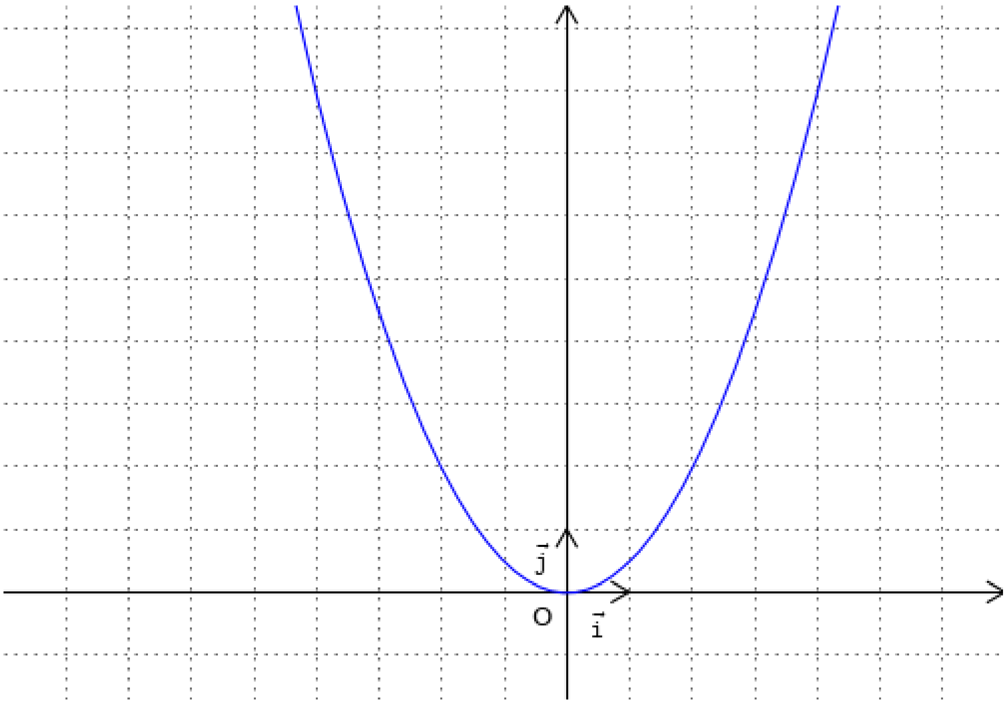
Donc f est une fonction paire et que (C) est symétrique par rapport à l'axe des ordonnées.

Ainsi, (C) est une parabole de sommet O et d'axe $(O, \vec{j})$.

Pour tracer la courbe représentative (C) de f , on peut compléter le tableau de valeurs suivants :

x	0	1	2	2,5	3
$f(x) = \frac{1}{2}x^2$	0	0,5	2	3,125	4,5

Activités fonctions définies par f(x) = a x²



3- Exemple: $f(x) = -3x^2$

La fonction f: $x \mapsto -3x^2$, est décroissante sur l'intervalle $[0,+\infty[$
et est croissante sur l'intervalle $]-\infty,0]$
On peut résumer les résultats dans un tableau du type:

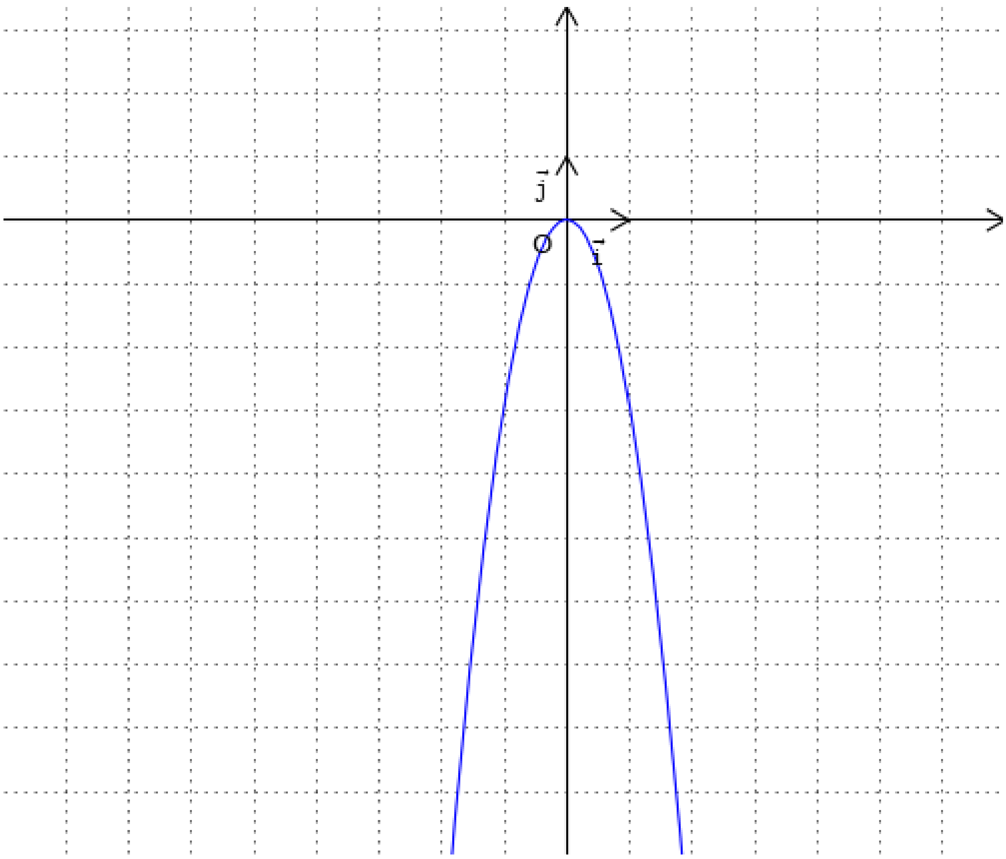
x	$-\infty$	0	$+\infty$
f(x)	$-\infty$ ↗	0	↘ $-\infty$

Soit (C) la courbe représentative de la fonction f .
Pour tout x réel, f(-x) = $-3(-x)^2 = -3x^2 = f(x)$
Donc f est une fonction paire et que (C) est symétrique par rapport à l'axe des ordonnées.
Ainsi, (C) est une parabole de sommet O et d'axe $\left(O,\vec{j}\right)$.

Pour tracer la courbe représentative (C) de f , on peut compléter le tableau de valeurs suivants :

x	0	0,5	1	1,5
$f(x) = -3x^2$	0	-0,75	-3	4,6875

Activités fonctions définies par $f(x) = a\,x^2$



4- Cas général: $f(x) = ax^2$ ($a \neq 0$) :

Si a > 0

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f(x) = ax^2$	$+\infty$ ↘	0	↗ $+\infty$

Si a < 0

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f(x) = ax^2$	$-\infty$ ↗	0	↘ $-\infty$

la fonction f : $x \mapsto ax^2$ est paire et sa courbe représentative est une parabole de sommet l'origine O et d'axe $(O,\vec{j})$.