



Probabilités discrètes

Enoncés

Exercice 1

Un libraire possède 100 calculatrices réparties selon leurs marques et leurs années de fabrication dans le tableau suivant :

	Marque M_1	Marque M_2	Marque M_3
Fabriquée en 2007	20	15	25
Fabriquée en 2006	10	12	18

A- Un client choisit au hasard **une** de ces calculatrices.

- 1) Sachant que la calculatrice choisie est fabriquée en 2007, montrer que la probabilité qu'elle soit de la marque M_2 est égale à 0,25.
- 2) Quelle est la probabilité que la calculatrice choisie soit de la marque M_3 et fabriquée en 2007 ?
- 3) Les prix des calculatrices sont donnés dans le tableau suivant :

	Marque M_1	Marque M_2	Marque M_3
Fabriquée en 2007	100 D	80 D	60 D
Fabriquée en 2006	50 D	40 D	30 D

Quelle est la probabilité que le prix de la calculatrice choisie ne dépasse pas 70 D ?

B- Dans cette partie, le client choisit au hasard et simultanément **deux** de ces 100 calculatrices.

- 1) Quelle est la probabilité que les deux calculatrices choisies soient fabriquées en 2007 ?
- 2) Quelle est la probabilité que le prix des deux calculatrices choisies soit de 180 D ?

Exercice 2

Dans une entreprise, il y a 20 employés répartis dans deux départements selon le tableau suivant :

	Département technique	Département administratif
Femmes	3	5
Hommes	10	2

1) Le directeur de l'entreprise veut offrir un cadeau à l'un des employés; pour cela il choisit au hasard un employé de cette entreprise.

On considère les événements suivants :

F : « l'employé choisi est une femme ».

H : « l'employé choisi est un homme ».

T : « l'employé choisi est du département technique ».

A : « l'employé choisi est du département administratif ».

a- Calculer les probabilités suivantes :

$P(F / T)$, $P(F / A)$, $P(F \cap T)$ et $P(F)$.

Probabilités discrètes

b- Sachant que l'employé choisi est un homme, quelle est la probabilité qu'il soit du département technique ?

2) Dans une autre occasion, le directeur de l'entreprise choisit au hasard et simultanément deux employés du département technique et il choisit aussi au hasard un employé du département administratif.

On désigne par X la variable aléatoire égale au nombre de femmes choisies.

a- Vérifier que $P(X = 1) = \frac{95}{182}$.

b- Déterminer la loi de probabilité de X .

Exercice 3

Les 40 employés (techniciens et ouvriers) d'une usine sont répartis selon leur âge comme l'indique le tableau suivant :

Age en années	[20 ; 30[[30 ; 40[[40 ; 50[[50 ; 60]
Techniciens	4	2	3	1
Ouvriers	10	12	6	2

1) a- Déterminer l'âge moyen des techniciens.

b- Déterminer l'âge moyen des ouvriers.

2) On choisit au hasard un employé de cette usine.

Soit les événements suivants :

T : « l'employé choisi est un technicien ».

A : « l'employé choisi a moins que 40 ans ».

a- Vérifier que la probabilité de A est égale à 0,7.

b- Calculer les probabilités suivantes :

$P(T)$, $P(A / T)$, $P(A \cap T)$ et $P(T / A)$.

Exercice 4

Monsieur Mohamed a trois fils : Chadi, Farid et Fadi mariés et pères de familles.

Les enfants de ces trois familles sont répartis selon le tableau suivant :

	Famille de Chadi	Famille de Farid	Famille de Fadi
Filles	2	1	3
Garçons	2	3	1

Le grand père Mohamed décide de choisir au hasard un enfant de chaque famille pour l'accompagner à son village.

1) Quelle est la probabilité qu'il choisisse trois filles?

2) Soit les événements suivants :

F : «L'enfant choisi de la famille de Chadi est une fille ».

G : «L'enfant choisi de la famille de Chadi est un garçon ».

Probabilités discrètes

A: «Les trois enfants choisis sont deux filles et un garçon ».

a- Démontrer que la probabilité $p(A/F)$ est égale à $\frac{5}{8}$.

b- Calculer $p(A/G)$ et $p(A)$.

3) Soit X la variable aléatoire égale au nombre de filles choisies par le grand père. Déterminer la loi de probabilité de X .

Exercice 5

Les 100 élèves des classes terminales d'un lycée privé sont répartis en 4 sections Mathématiques (M), Sciences expérimentales (SE), Economie et gestion (EG) et Sciences de l'informatique (SI) selon le tableau suivant :

	M	SE	EG	SI
Nombre de garçons	18	18	14	2
Nombre de filles	22	12	6	8

On choisit, au hasard, un élève de ces classes terminales.

Soit les événements suivants :

G: « l'élève choisi est un garçon ».

F: « l'élève choisi est une fille ».

L: « l'élève choisi est en SI ».

1) Calculer la probabilité de chacun des quatre événements suivants :

G , L , (F/L) et $(F \cap L)$.

2) Sachant que l'élève choisi est un garçon, quelle est la probabilité qu'il soit un élève de la section SE ?

3) Quelle est la probabilité de choisir un garçon de la section SE ?

Exercice 6

Dans une bijouterie, une caisse contient 30 boîtes identiques contenant chacune un bijou en or ou en platine. Ces bijoux (colliers, montres ou bracelets) sont répartis selon le tableau suivant :

	Collier	Montre	Bracelet
Platine	5	2	6
Or	3	6	8

Probabilités discrètes

A- On choisit au hasard une boîte de cette caisse.

- 1) Quelle est la probabilité d'obtenir un collier?
- 2) Quelle est la probabilité d'obtenir un collier en or?
- 3) Sachant que le bijou obtenu est en or, Quelle est la probabilité qu'il soit un collier ?

B- Un client désire acheter 3 cadeaux. On suppose qu'il choisit simultanément et au hasard, 3 boîtes de cette caisse.

- 1) Démontrer que la probabilité que ce client obtienne deux bijoux en or et un bijou en platine est $\frac{442}{1015}$.

2) Le prix d'achat d'un bijou en platine est 2 mille D et celui d'un bijou en or est 1,200 mille D. Soit X la variable aléatoire égale à la somme payée par le client pour l'achat de 3 bijoux choisis au hasard .

- a- Déterminer les quatre valeurs possibles de X.
- b- Déterminer la loi de probabilité correspondante à cette variable aléatoire.
- c- Trouver l'espérance mathématique et donner une signification à cette valeur.

Exercice 7

Dans un magasin il y a 1000 pochettes en cuir parmi lesquelles certaines sont défectueuses.

Ces pochettes sont fabriquées par trois usines U_1 , U_2 et U_3 selon le tableau suivant :

	Usine U_1	Usine U_2	Usine U_3
Nombre de pochettes	200	350	450
Pourcentage de pochettes défectueuses	5%	4%	2%

On choisit au hasard une pochette de ces 1000 pochettes et on considère les événements suivants :

- A : « La pochette choisie est fabriquée par l'usine U_1 ».
 B : « La pochette choisie est fabriquée par l'usine U_2 ».
 C : « La pochette choisie est fabriquée par l'usine U_3 ».
 D : « La pochette choisie est défectueuse ».

- 1) a- Prouver que la probabilité $P(D \cap A)$ est égale à $\frac{1}{100}$.
 b- Calculer les probabilités suivantes : $P(D \cap B)$, $P(D \cap C)$ et $P(D)$.
- 2) Sachant que la pochette choisie n'est pas défectueuse, quelle est la probabilité qu'elle soit fabriquée par l'usine U_1 ?
- 3) La pochette est vendue à 50 D si elle est produite par l'usine U_1 , à 60 D si elle est produite par l'usine U_2 et à 80 D si elle est produite par l'usine U_3 .
 Une réduction de 30 % est faite sur le prix de chaque pochette défectueuse.
 On désigne par X la variable aléatoire égale au prix final d'une pochette choisie au hasard.
 Trouver les six valeurs de X et déterminer la loi de probabilité de X.



Probabilités discrètes

Exercice 8

Un groupe est formé de 30 élèves d'une 4^{ième} Lettre et de 30 élèves d'une 4^{ième} Maths. On a posé, à chaque élève de ce groupe, la question suivante:

Combien de temps passez-vous à étudier chaque semaine à la maison ?

On a groupé les réponses dans le tableau suivant :

Temps en heures	[0 ; 6[[6 ; 12[[12 ; 18[[18 ; 24]
Elèves de L	4	8	12	6
Elèves de M	1	3	14	12

- Calculer le temps moyen consacré pour l'étude à la maison :
 - d'un élève de 4^{ième} L.
 - d'un élève de 4^{ième} M.
- On choisit au hasard un élève de ce groupe. Soit les événements suivants :

L : « l'élève choisi est de 4^{ième} L. »

S : « l'élève choisi est de 4^{ième} M. »

E : « l'élève choisi étudie au moins 12 heures par semaine à la maison. »

 - Vérifier que la probabilité de E est égale à $\frac{11}{15}$.
 - Calculer les probabilités suivantes :
 $P(E/L)$, $P(E/S)$, $P(L/E)$, $P(E \cap L)$ et $P(S/\bar{E})$.

Exercice 9

Pour interroger ses élèves, un professeur de français place dans un sac 30 cartons identiques: 18 de ces cartons portent chacun une question de statistique et les autres une question d'algèbre chacun.

Un élève tire au hasard un carton de ce sac et répond à la question inscrite sur ce carton.

La probabilité que l'élève réponde juste à une question de grammaire est 0,7

et la probabilité qu'il réponde juste à une question de conjugaison est 0,5.

On considère les événements suivants :

G : « Le carton tiré porte une question de Grammaire ».

C : « Le carton tiré porte une question de conjugaison ».

J : « L'élève répond juste à la question tirée ».

- Calculer les probabilités suivantes : $P(G \cap J)$, $P(C \cap J)$ et $P(J)$.
- L'élève a répondu juste à la question tirée, quelle est la probabilité que cette question soit une question d'algèbre ?
- Le professeur attribue les notes suivantes :
 - 5 pour une réponse juste en grammaire.
 - n pour une réponse juste en conjugaison.
 - 2 pour une réponse non juste.

Soit X la variable aléatoire désignant la note obtenue par l'élève.

 - Déterminer la loi de probabilité de X.
 - Calculer, en fonction de n, l'espérance mathématique E(X).
 - Pour quelle valeur de n, $E(X) = 2,54$?



Probabilités discrètes

Corrigés.

Exercice 1

A-1. Soit A l'événement : " La calculatrice choisie est fabriquée en 2007"

$$P(M_2/A) = \frac{15}{60} = 0,25.$$

$$2. P(M_3 \cap A) = \frac{25}{100} = 0,25.$$

3. La probabilité que le prix de la calculatrice choisie ne dépasse 70 D est :

$$\frac{10 + 12 + 18 + 25}{100} = \frac{65}{100} = 0,65.$$

B- 1. La probabilité de deux calculatrices fabriquées en 2007 est :

$$\frac{C_{60}^2}{C_{100}^2} = \frac{1770}{4950} = 0,357.$$

2. la probabilité que le prix des deux calculatrices choisies soit de 180 D est :

$$\frac{C_{20}^1 \times C_{15}^1}{C_{100}^2} = \frac{20 \times 15}{4950} = \frac{300}{4950} = 0,06.$$

Exercice 2

$$1. a) P(F/T) = \frac{3}{13} ; P(F/A) = \frac{5}{7} ; P(F \cap T) = \frac{3}{20} ; P(F) = \frac{8}{20} = \frac{2}{5}.$$

$$b) P(T/H) = \frac{10}{12} = \frac{5}{6}.$$

$$2. a) P(X = 1) = \frac{3 \times 10}{C_{13}^2} \times \frac{2}{7} + \frac{C_{10}^2}{C_{13}^2} \times \frac{5}{7} = \frac{285}{546} = \frac{95}{182}$$

$$b) P(X = 0) = \frac{C_{10}^2}{C_{13}^2} \times \frac{2}{7} = \frac{90}{546} = \frac{15}{91} ; P(X = 2) = \frac{C_3^2}{C_{13}^2} \times \frac{2}{7} + \frac{3 \times 10}{C_{13}^2} \times \frac{5}{7} = \frac{156}{546} = \frac{26}{91} ;$$

$$P(X = 3) = \frac{C_3^2}{C_{13}^2} \times \frac{5}{7} = \frac{15}{546} = \frac{5}{182}$$

x_i	0	1	2	3
P_i	$\frac{15}{91}$	$\frac{95}{182}$	$\frac{26}{91}$	$\frac{5}{182}$

Probabilités discrètes

Corrigés.

Exercice 3

1. a) $\bar{T} = 36$. L'âge moyen de ces techniciens est 36 ans.

b) $\bar{O} = 35$. L'âge moyen de ces ouvriers est 35 ans.

2. a) $P(A) = \frac{28}{40} = 0,7$.

b) $p(T) = \frac{10}{40} = 0,25$; $p(A | T) = \frac{6}{10} = 0,6$; $p(A \cap T) = p(T) \cdot p(A | T) = \frac{6}{40} = \frac{3}{20}$;

$p(T | A) = \frac{6}{28} = \frac{3}{14}$.

Exercice 4

1. Soit B : « le grand père choisit trois filles »

$$p(B) = \frac{2}{4} \times \frac{1}{4} \times \frac{3}{4} = \frac{6}{64} = \frac{3}{32}$$

2. a) A/F est l'événement: Une fille de la famille de Farid et un garçon de celle de Fadi ou un garçon de la famille de Farid et une fille de celle de Fadi.

$$p(A | F) = \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} + \frac{3}{4} \times \frac{3}{4} = \frac{10}{16} = \frac{5}{8}$$

b) A|G est l'événement : Une fille de la famille de Farid et une fille de celle de Fadi.

$$p(A | G) = \frac{1}{4} \times \frac{3}{4} = \frac{3}{16}$$

et $p(A) = p(A \cap F) + p(A \cap G) = p(F) \times P(A | F) + P(G) \times P(A | G)$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{5}{8} + \frac{1}{2} \times \frac{3}{16} = \frac{10}{32} + \frac{3}{32} = \frac{13}{32}$$

3. $p(X = 3) = \frac{3}{32}$; $p(X = 2) = \frac{13}{32}$; $p(X = 0) = \frac{1}{2} \times \frac{3}{4} \times \frac{1}{4} = \frac{3}{32}$;

$$p(X = 1) = 1 - \left(\frac{3}{32} + \frac{13}{32} + \frac{3}{32} \right) = \frac{13}{32}$$

xi	0	1	2	3
pi	$\frac{3}{32}$	$\frac{13}{32}$	$\frac{13}{32}$	$\frac{3}{32}$

Exercice 5

1. $P(G) = 52 / 100 = 0,52$

$P(F/L) = 8 / 10 = 0,8$

2. $P(SE/G) = \frac{18}{52} = 0,346$

3. $P(G \cap SE) = \frac{18}{100} = 0,18$

$P(L) = 10/100 = 0,1$

$P(F \cap L) = 8/100 = 0,08$

Probabilités discrètes

Corrigés.

Exercice 6

A. 1) $p(C) = \frac{8}{30} = \frac{4}{15}$	2) $p(C \cap O) = \frac{3}{30} = \frac{1}{10}$	3) $p(C/O) = \frac{p(C \cap O)}{p(C)} = \frac{3}{17}$
--------------------------------------------	------------------------------------------------	-------------------------------------------------------

B.1) Soit A : « le client obtienne **deux** bijoux en or et **un** bijou en platine »

$$P(A) = \frac{C_{17}^2 \times C_{13}^1}{C_{30}^3} = \frac{136 \times 13}{4060} = \frac{442}{1015}$$

2. a) Les 4 valeurs possibles sont :
- | | | |
|-----------------------------------------|---|------------------------------------------|
| 3,6 pour 3 bijoux en or | ; | 4,4 pour 2 bijoux en or et un en platine |
| 5,2 pour un bijou en or et 2 en platine | ; | 6 pour 3 bijoux en platine |

b) La loi de probabilité de X est donnée par le tableau suivant :

x_i	3,6	4,4	5,2	6
P_i	$\frac{C_{17}^3}{C_{30}^3} = \frac{680}{4060}$	$\frac{1768}{4060}$	$\frac{C_{17}^1 \times C_{13}^2}{C_{30}^3} = \frac{1326}{4060}$	$\frac{C_{13}^3}{C_{30}^3} = \frac{286}{4060}$

$$c) E(X) = \frac{1}{4060} [3,6 \times 680 + 4,4 \times 1768 + 5,2 \times 1326 + 286 \times 6] = 4,64$$

La moyenne du prix d'achat des 3 bijoux est 4 640 D

Exercice 7

	Usine U ₁	Usine U ₂	Usine U ₃	Total
Nombre de pochettes défectueuses	10	14	9	33
Nombre de pochettes non défectueuses	190	336	441	967
Total	200	350	450	1 000

$$1. a) P(D \cap A) = \frac{10}{1000} = \frac{1}{100}$$

$$b) P(D \cap B) = \frac{14}{1000} = \frac{7}{500} ; P(D \cap C) = \frac{9}{1000}$$

$$P(D) = P(D \cap A) + P(D \cap B) + P(D \cap C) = \frac{10+14+9}{1000} = \frac{33}{1000}$$

Probabilités discrètes

Corrigés.

Ou encore : $P(D) = \frac{33}{1000}$ par lecture directe du tableau.

2. $P(A/\bar{D}) = \frac{190}{967}$.

3. Les valeurs de X sont : 35, 42, 50, 56, 60 et 80.

x_i	35 0	42	50	56	60	80	Total
p_i	0,01	0,014	0,19	0,009	0,336	0,441	1

Exercice 8

Temps en heures	[0 ; 6[[6 ; 12[[12 ; 18[[18 ; 24]
Elèves de 4 ^{ème} L	4	8	12	6
Elèves de 4 ^{ème} M	1	3	14	12
Centre	3	9	15	21

1. a) Temps moyen consacré à l'étude d'un élève de 4^{ème} L est :

$$\frac{4 \times 3 + 8 \times 9 + 12 \times 15 + 6 \times 21}{30} = 13 \text{ heures.}$$

b) Temps moyen consacré à l'étude d'un élève de 4^{ème} M est :

$$\frac{1 \times 3 + 3 \times 9 + 14 \times 15 + 12 \times 21}{30} = 16,4 \text{ heures.}$$

2. a) $P(E) = \frac{12+6+14+12}{60} = \frac{44}{60} = \frac{11}{15}$

b) $P(E/L) = \frac{18}{30} = \frac{9}{15}$; $P(E/M) = \frac{26}{30} = \frac{13}{15}$; $P(L/E) = \frac{18}{44} = \frac{9}{22}$

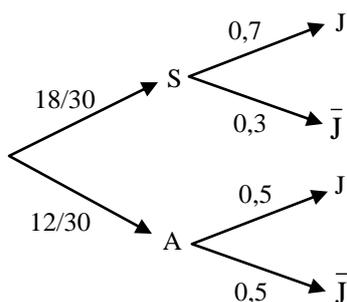
$$P(E \cap L) = P(E) \times P(L/E) = \frac{11}{15} \times \frac{9}{22} = \frac{3}{10}$$

► Ou directement : $P(E \cap L) = \frac{18}{60} = \frac{3}{10}$

$$P(M/\bar{E}) = \frac{4}{16} = \frac{1}{4}$$

Exercice 9

1.



Probabilités discrètes

Corrigés.

$$P(S \cap J) = \frac{18}{30} \times \frac{7}{10} = \frac{21}{50} \quad ; \quad P(A \cap J) = \frac{12}{30} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{5}$$

$$P(J) = P(A \cap J) + P(S \cap J) = \frac{1}{5} + \frac{21}{50} = \frac{31}{50}.$$

$$2. \quad P(A/J) = \frac{P(A \cap J)}{P(J)} = \frac{\frac{1}{5}}{\frac{31}{50}} = \frac{10}{31}.$$

3. a)

x_i	-2	n	5
p_i	$\frac{19}{50}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{21}{50}$

$$b) \quad E(X) = -\frac{38}{50} + \frac{n}{5} + \frac{105}{50} = \frac{67}{50} + \frac{n}{5}.$$

$$c) \quad E(X) = 2,54 \Leftrightarrow 1,34 + 0,2n = 2,54 \Leftrightarrow n = 6.$$