Série : Translation

Exercice 1 :

Soit ABC un triangle et I le milieu du segment [BC].

1. a) Placer les points J et K tels que $t_{\overrightarrow{AC}}(I) = J$ et $t_{\overrightarrow{AB}}(I) = K$.

   b) Montrer que $\overrightarrow{BK} = \overrightarrow{CJ}$.

2. La droite (KJ) coupe (AC) en L.

   a) Déterminer l'image de la droite (BC) par la translation de vecteur $\overrightarrow{IJ}$.

   b) Déterminer l'image de la droite (AC) par la translation de vecteur $\overrightarrow{IJ}$.

   c) Montrer que C est le milieu du segment [AL].

3. Montrer que $\overrightarrow{KL} = \frac{3}{2}\overrightarrow{BC}$.

Exercice 2 :

Soit ABC un triangle , $E = t_{\overrightarrow{BA}}(C)$ et $F = t_{\overrightarrow{AC}}(B)$.

1. Placer les points E et F puis montrer que C est le milieu du segment [EF].
2. Soit I un point de la droite (BF) distinct de B et de F. La parallèle à la droite (CE) passant par I coupe la droite (AC) en un point J.

Déterminer $t_{\overrightarrow{BA}}((BF))$ et $t_{\overrightarrow{BA}}((IJ))$. En déduire $t_{\overrightarrow{BA}}(I)$.

3. Soit H le projeté orthogonal de C sur la droite (BF) et K le projeté orthogonal de E sur la droite (AC).

Déterminer $t_{\overrightarrow{BA}}((CH))$. En déduire $t_{\overrightarrow{BA}}(H)$.

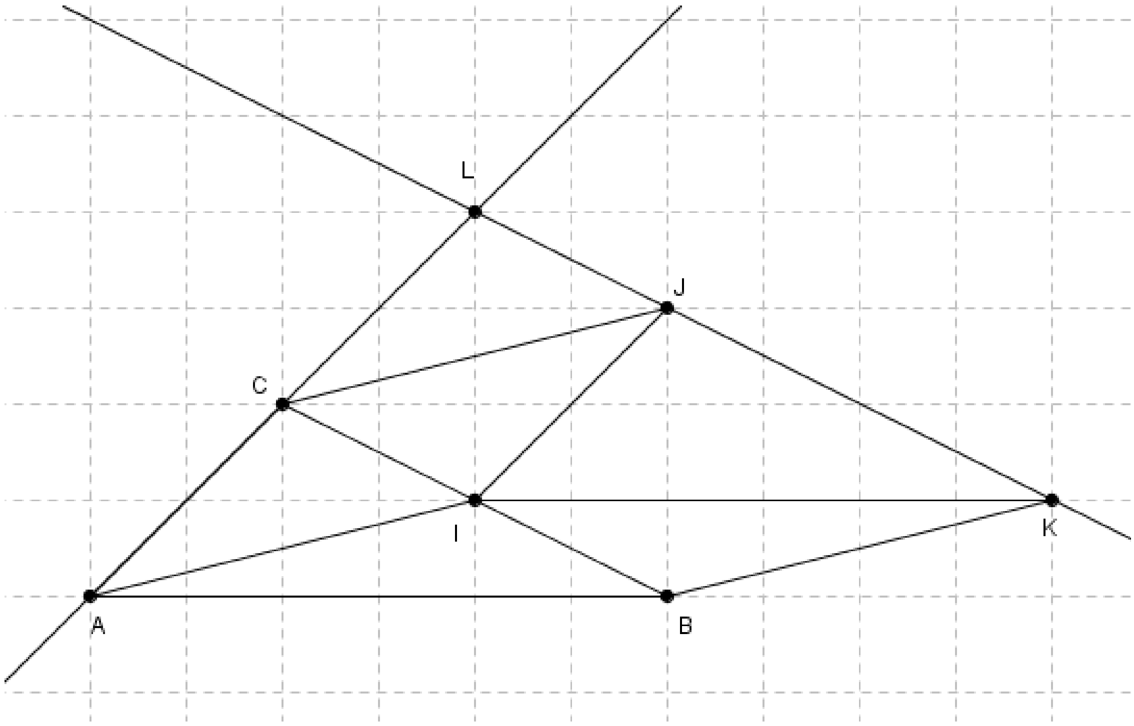
4. Soit $(\mathscr{C})$ le cercle de centre F passant par H.

Déterminer $\mathscr{C}' = t_{\overrightarrow{BA}}(\mathscr{C})$.

Série : Translation

Exercice 1 :

1. a)



b) $t_{\overrightarrow{AC}}(I)=J$ signifie $\overrightarrow{IJ}=\overrightarrow{AC}$ ou encore IJCA est un parallélogramme

d'où $\overrightarrow{CJ}=\overrightarrow{AI}$.

D'autre part : $t_{\overrightarrow{AB}}(I)=K$ signifie $\overrightarrow{IK}=\overrightarrow{AB}$ ou encore IKBA est un parallélogramme d'où $\overrightarrow{BK}=\overrightarrow{AI}$.

Il en résulte : $\overrightarrow{BK}=\overrightarrow{CJ}$.

2. a) $t_{\overrightarrow{IJ}}\left((BC)\right)$ est la parallèle à la droite (BC) passant par $t_{\overrightarrow{IJ}}(I)=J$.

Or $\overrightarrow{BK}=\overrightarrow{CJ}$ donc BKJC est un parallélogramme d'où (JK) parallèle à la droite (BC).

Par suite, $t_{\overrightarrow{IJ}}\left((BC)\right)=(JK)$.

b) Les droite (IJ) et (AC) sont parallèle donc $\overrightarrow{IJ}$ est un vecteur directeur de la droite (AC) par conséquent $t_{\overrightarrow{IJ}}\left((AC)\right)=(AC)$.

c) Les droites (BC) et (AC) sont sécantes en C donc $t_{\overrightarrow{IJ}}\left((BC)\right)=(JK)$ et $t_{\overrightarrow{IJ}}\left((AC)\right)=(AC)$ sont sécantes en $t_{\overrightarrow{IJ}}(C)$.

Et comme (JK) et (AC) se coupent en L alors $t_{\overrightarrow{IJ}}(C)=L$.

On a : $t_{\overrightarrow{IJ}}(C)=L$ et $t_{\overrightarrow{IJ}}(A)=C$ donc $\overrightarrow{CA}=\overrightarrow{LC}$.

Ainsi, C est le milieu du segment [AL].

Série : Translation

3. De $t_{\overrightarrow{IJ}}(C)=L$, on en déduit que IJLC est un parallélogramme ou encore

$\overrightarrow{JL}=\overrightarrow{IC}=\frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$.

IL en résulte que $\overrightarrow{KL}=\overrightarrow{KJ}+\overrightarrow{JL}=\overrightarrow{BC}+\frac{1}{2}\overrightarrow{BC}=\frac{3}{2}\overrightarrow{BC}$.

Exercice 2 :

1. Voir figure ci-dessous.

$E=t_{\overrightarrow{BA}}(C)$ signifie $\overrightarrow{CE}=\overrightarrow{BA}$

et $F=t_{\overrightarrow{AC}}(B)$ signifie que ABFC est un parallélogramme d'où $\overrightarrow{FC}=\overrightarrow{BA}$.

On en déduit : $\overrightarrow{CE}=\overrightarrow{FC}$ et par suite C est le milieu du segment [EF].

2. $t_{\overrightarrow{BA}}((BF))$ est la parallèle à la droite (BF) passant par $t_{\overrightarrow{BA}}(B)=A$ donc

$t_{\overrightarrow{BA}}((BF))=(AC)$.

La droite (IJ) est parallèle à la droite (EC) donc (IJ) est parallèle à (AB) d'où $\overrightarrow{BA}$ est un vecteur directeur de la droite (IJ) ; il en résulte : $t_{\overrightarrow{BA}}((IJ))=(IJ)$.

On sait que (BF) coupe (IJ) en I donc $t_{\overrightarrow{BA}}((BF))=(AC)$ coupe $t_{\overrightarrow{BA}}((IJ))=(IJ)$ en $t_{\overrightarrow{BA}}(I)$.

Or (AC) coupe (IJ) en J, il en résulte : $t_{\overrightarrow{BA}}(I)=J$.

3. (CH) est la perpendiculaire à (BF) issue de C donc $t_{\overrightarrow{BA}}((CH))$ est la perpendiculaire à $t_{\overrightarrow{BA}}((BF))=(AC)$ issue de $t_{\overrightarrow{BA}}(C)=E$.

Ainsi $t_{\overrightarrow{BA}}(H)=H'$ est le projeté orthogonal de E sur (AC).

4. Comme $t_{\overrightarrow{BA}}(F)=C$ et $t_{\overrightarrow{BA}}(H)=H'$ alors $\mathscr{C}'=t_{\overrightarrow{BA}}(\mathscr{C})$ est le cercle de centre C passant par H'.

Série : Translation