REVISION PUISSANCES ET GRANDEURS

La calculatrice est autorisée.

EXERCICE 1 : **/2,5 points**

Écris sous la forme a^n où a est un nombre relatif et n est un entier relatif :

a. $2^5 \times 2^{-7}$ **b.** $\frac{3^3}{3^{-4}}$ **c.** $\left((-4)^{-5}\right)^3$ **d.** $7{,}2^3 \times 4{,}4^3$ **e.** $\frac{12^{-3}}{4^{-3}}$

EXERCICE 2 : **/3,5 points** (2 + 1,5)

a. Écris sous la forme $5^m \times 3^n$ où m et n sont deux entiers relatifs : $\frac{3^5 \times 5^2}{(5^3 \times 3^{-2})^{-1}}$.

b. Écris sous la forme d'une puissance de 2 : $\left(2^3\right)^4 \times \frac{2}{2^{-7}}$.

EXERCICE 3 : **/6 points**

Écris sous la forme a^n où a est un nombre relatif et n est un entier relatif. On demande des calculs détaillés :

a. $\frac{16^3 \times 2^{-5}}{32}$ **b.** $\frac{12^2 \times 3^4}{3^9 \times 12^{-3}}$ **c.** $\frac{\pi^{-4}}{3^4} \times \left(\frac{3^{-1}}{\pi^3}\right)^{-2}$

EXERCICE 4 : **/4 points**

a. La Ferrari F50 GT1 peut rouler sur circuit à la vitesse maximale de 105,5 $m \cdot s^{-1}$. Donne sa vitesse maximale en km/h.

b. La masse volumique de l'aluminium est de 2 700 kg/m^3. Un objet constitué d'aluminium a un volume de 3 450 cm^3. Quelle est sa masse au gramme près ?

EXERCICE 5 : **/4 points** (0,5 + 1,5 + 2)

Une année-lumière (al) est la distance que parcourt la lumière en un an. Cela représente environ 9 461 milliards de kilomètres.

a. Donne, en kilomètres et en notation scientifique, la distance représentée par une année-lumière.

b. Une Unité Astronomique (UA) correspond à la distance moyenne séparant la Terre du Soleil. On sait qu'une année-lumière vaut approximativement 63 242 Unités Astronomiques. Détermine, en kilomètres, la distance moyenne séparant la Terre du Soleil.

c. Sachant que la lumière se déplace à environ 300 000 km/s, combien de temps faut-il, en moyenne, à la lumière du Soleil pour nous parvenir ? Tu donneras le résultat en minutes-secondes.

CORRIGE PUISSANCES ET GRANDEURS

EXERCICE 1 :

a. En utilisant la formule $a^m \times a^p = a^{m+p}$ où a est un nombre relatif non nul et m et p sont deux entiers relatifs, on trouve : $2^5 \times 2^{-7} = 2^{5+(-7)} = 2^{-2}$.

b. En utilisant la formule $\dfrac{a^m}{a^p} = a^{m-p}$ où a est un nombre relatif non nul et m et p sont deux entiers relatifs, on trouve : $\dfrac{3^3}{3^{-4}} = 3^{3-(-4)} = 3^7$.

c. En utilisant la formule $\left(a^m\right)^p = a^{m\times p}$ où a est un nombre relatif non nul et m et p sont deux entiers relatifs, on trouve : $\left((-4)^{-5}\right)^3 = (-4)^{(-5)\times(-3)} = (-4)^{-15}$.

d. En utilisant la formule $(a\times b)^n = a^n \times b^n$ où a et b sont deux nombres relatifs non nuls et n un entier relatif, on trouve : $7{,}2^3 \times 4{,}4^3 = (7{,}2\times 4{,}4)^3 = 31{,}68^3$.

e. En utilisant la formule $\left(\dfrac{a}{b}\right)^n = \dfrac{a^n}{b^n}$ où a et b sont deux nombres relatifs non nuls et n un entier relatif, on trouve : $\dfrac{12^{-3}}{4^{-3}} = \left(\dfrac{12}{4}\right)^{-3} = 3^{-3}$.

EXERCICE 2 :

a. $\dfrac{3^5\times 5^2}{\left(5^3\times 3^{-2}\right)^{-1}} = \dfrac{3^5\times 5^2}{\left(5^3\right)^{-1}\times\left(3^{-2}\right)^{-1}}$ (en utilisant la formule $(a\times b)^n = a^n\times b^n$ où a et b sont deux nombres relatifs non nuls et n un entier relatif)

$= \dfrac{3^5\times 5^2}{5^{3\times(-1)}\times 3^{(-2)\times(-1)}}$ (en utilisant la formule $\left(a^m\right)^p = a^{m\times p}$ où a est un nombre relatif non nul et m et p sont deux entiers relatifs)

$= \dfrac{3^5\times 5^2}{5^{-3}\times 3^2}$

$= \dfrac{3^5\times 5^2}{3^2\times 5^{-3}}$ (car la multiplication est commutative)

$= \dfrac{3^5}{3^2}\times\dfrac{5^2}{5^{-3}}$

$= 3^{5-2}\times 5^{2-(-3)}$ (en utilisant la formule $\dfrac{a^m}{a^p} = a^{m-p}$ où a est un nombre relatif non nul et m et p sont deux entiers relatifs)

$= 3^3\times 5^5$

b. $\left(2^3\right)^4\times\dfrac{2}{2^{-7}} = 2^{3\times 4}\times\dfrac{2}{2^{-7}}$ (en utilisant la formule $\left(a^m\right)^p = a^{m\times p}$ où a est un nombre relatif non nul et m et p sont deux entiers relatifs)

$= 2^{12}\times\dfrac{2^1}{2^{-7}}$ (ici, il fallait remarquer que $2 = 2^1$)

$= 2^{12}\times 2^{1-(-7)}$ (en utilisant la formule $\dfrac{a^m}{a^p} = a^{m-p}$ où a est un nombre relatif non nul et m et p sont deux entiers relatifs)

$= 2^{12+8}$ (en utilisant la formule $a^m\times a^p = a^{m+p}$ où a est un nombre relatif non nul et m et p sont deux entiers relatifs)

$= 2^{20}$

REVISION PUISSANCES ET GRANDEURS

EXERCICE 3 :

a. $\dfrac{16^3 \times 2^{-5}}{32} = \dfrac{\left(2^4\right)^3 \times 2^{-5}}{2^5}$ (car $16 = 2^4$ et $32 = 2^5$)

$= \dfrac{2^{4\times 3} \times 2^{-5}}{2^5}$ (en utilisant la formule $\left(a^m\right)^p = a^{m\times p}$ où a est un nombre relatif non nul et m et p sont deux entiers relatifs)

$= \dfrac{2^{12+(-5)}}{2^5}$ (en utilisant la formule $a^m \times a^p = a^{m+p}$ où a est un nombre relatif non nul et m et p sont deux entiers relatifs)

$= 2^{7-5}$ (en utilisant la formule $\dfrac{a^m}{a^p} = a^{m-p}$ où a est un nombre relatif non nul et m et p sont deux entiers relatifs)

$= 2^2$

b. $\dfrac{12^2 \times 3^4}{3^9 \times 12^{-3}} = \dfrac{12^2}{12^{-3}} \times \dfrac{3^4}{3^9}$ (car la multiplication est commutative)

$= 12^{2-(-3)} \times 3^{4-9}$ (en utilisant la formule $\dfrac{a^m}{a^p} = a^{m-p}$ où a est un nombre relatif non nul et m et p sont deux entiers relatifs)

$= 12^5 \times 3^{-5}$

$= 12^5 \times \dfrac{1}{3^5}$ (car $a^{-n} = \dfrac{1}{a^n}$ si a est un nombre relatif non nul et n un entier relatif)

$= \dfrac{12^5}{3^5}$

$= \left(\dfrac{12}{3}\right)^5$ (en utilisant la formule $\left(\dfrac{a}{b}\right)^n = \dfrac{a^n}{b^n}$ où a et b sont deux nombres relatifs non nuls et n un entier relatif)

$= 4^5$

c. $\dfrac{\pi^{-4}}{3^4} \times \left(\dfrac{3^{-1}}{\pi^3}\right)^{-2} = \dfrac{\pi^{-4}}{3^4} \times \dfrac{\left(3^{-1}\right)^{-2}}{\left(\pi^3\right)^{-2}}$ (en utilisant la formule $\left(\dfrac{a}{b}\right)^n = \dfrac{a^n}{b^n}$ où a et b sont deux nombres relatifs non nuls et n un entier relatif)

$= \dfrac{\pi^{-4}}{3^4} \times \dfrac{3^{(-1)\times(-2)}}{\pi^{3\times(-2)}}$ (en utilisant la formule $\left(a^m\right)^p = a^{m\times p}$ où a est un nombre relatif non nul et m et p sont deux entiers relatifs)

$= \dfrac{\pi^{-4}}{3^4} \times \dfrac{3^2}{\pi^{-6}}$

$= \dfrac{\pi^{-4}}{\pi^{-6}} \times \dfrac{3^2}{3^4}$ (car la multiplication est commutative)

$= \pi^{-4-(-6)} \times 3^{2-4}$ (en utilisant la formule $\dfrac{a^m}{a^p} = a^{m-p}$ où a est un nombre relatif non nul et m et p sont deux entiers relatifs)

$= \pi^2 \times 3^{-2}$

$= \pi^2 \times \dfrac{1}{3^2}$ (car $a^{-n} = \dfrac{1}{a^n}$ si a est un nombre relatif non nul et n un entier relatif)

$= \dfrac{\pi^2}{3^2}$

$= \left(\dfrac{\pi}{3}\right)^2$ (en utilisant la formule, $\left(\dfrac{a}{b}\right)^n = \dfrac{a^n}{b^n}$ où a et b sont deux nombres relatifs non nuls et n un entier relatif)

REVISION PUISSANCES ET GRANDEURS

EXERCICE 4 :

a. *La Ferrari F50 GT1 peut rouler sur circuit à la vitesse maximale de 105,5 m·s⁻¹. Donne sa vitesse maximale en km/h.*

Puisque sa vitesse maximale est de 105,5 $m \cdot s^{-1}$ et qu'une heure dure 3 600 s, en roulant une heure à vitesse maximale, elle parcourra 105,5 m/s × 3 600 s = 379 800 m.

Comme 379 800 m = 379,8 km, sa vitesse maximale est de 379,8 km/h.

b. *La masse volumique de l'aluminium est de 2 700 kg/m³. Un objet constitué d'aluminium a un volume de 3 450 cm³. Quelle est sa masse au gramme près ?*

1 m^3 correspond à 1 000 000 de cm^3. Donc 1 cm^3 d'aluminium pèse $\frac{2\,700}{1\,000\,000}$ kg = 0,0027 kg.

0,0027 kg = 2,7 g.

Donc un objet d'aluminium de volume 3 450 cm^3 pèsera 3 450 × 2,7 g = 9 315 g.

EXERCICE 5 :

Une année-lumière (al) est la distance que parcourt la lumière en un an. Cela représente environ 9 461 milliards de kilomètres.

a. *Donne, en kilomètres et en notation scientifique, la distance représentée par une année-lumière.*

En notation scientifique, 9 461 milliards de kilomètres = $9\,461 \times 10^9$ km = $9{,}461 \times 10^{12}$ km.

b. *Une Unité Astronomique (UA) correspond à la distance moyenne séparant la Terre du Soleil. On sait qu'une année-lumière vaut approximativement 63 242 Unités Astronomiques. Détermine, en kilomètres, la distance moyenne séparant la Terre du Soleil.*

$1 \text{ UA} \approx \frac{1}{63\,242} \text{ al} \approx \frac{9{,}461 \times 10^{12}}{63\,242} \text{ km} \approx 1{,}495 \times 10^8 \text{ km}$.

c. *Sachant que la lumière se déplace à environ 300 000 km/s, combien de temps faut-il, en moyenne, à la lumière du Soleil pour nous parvenir ? Tu donneras le résultat en minutes et secondes.*

Il faut $\frac{1{,}495 \times 10^8}{300\,000}$ s ≈ 498 s à la lumière du soleil pour nous parvenir.

498 s = 8 × 60 s + 18 s = 8 min 18 s.