EXAMEN DU BACCALAUREAT	Epreuve : MATHEMATIQUES
SESSION DE JUIN 2013	Durée :3H ****** Coefficient: 3
Section : **Economie & Gestion**	SESSION PRINCIPALE
Corrigé proposé par : FARID ABIDI ****** Lycée Ibn Khladoun à RADES	

Exercice 1 :

1) **Faux**

En effet :

G n'est pas un graphe complet : car G est d'ordre 5 et par exemple le degré du sommet A est 2 et non 4. (A et E ne sont pas adjacents).

2) **Faux**

En effet :

La matrice associée à G est : $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ et non la matrice M.

3) **Faux**

En effet :

sommet	A	B	C	D	E
degré	2	4	3	4	3

Donc G n'admet pas un cycle eulérien car par exemple le sommet C est de degré impair. .

4) **Vrai**

En effet :

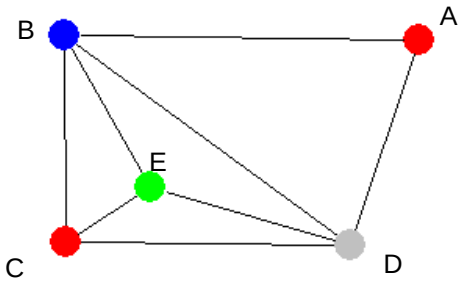
Le graphe G admet une chaine eulérienne car seuls les sommets C et E sont de degrés impairs. .

5) **Vrai**

En effet :

Sommet	B	D	C	E	A
Degré	4	4	3	3	2
Couleur	C1	C2	C3	C4	C3

Le nombre chromatique de G est 4 .



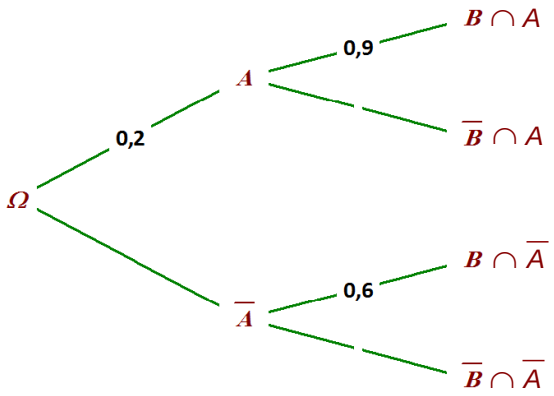
6) **Faux**

En effet :

Le chemin le plus court de A à C est : A-D-E-C ou bien A-B-E-C

Donc la longueur du chemin le plus court de A à C est : 10

Exercice 2 :



1) On a :

$p(A)=0.2=\frac{1}{5} \Rightarrow p(\overline{A})=1-p(A)=\frac{4}{5}$

$p(B/A)=0.9=\frac{9}{10} \Rightarrow p(\overline{B}/A)=1-p(B/A)=\frac{1}{10}$

$p(B/\overline{A})=0.6=\frac{3}{5}$.

2) a- $p(B\cap A)=p(B/A)\times p(A)=\frac{9}{10}\times\frac{1}{5}=\frac{9}{50}$

$p(B\cap \overline{A})=p(B/\overline{A})\times p(\overline{A})=\frac{3}{5}\times\frac{4}{5}=\frac{12}{25}$

b- $p(B)=p(B\cap A)+p(B\cap \overline{A})=\frac{9}{50}+\frac{12}{25}=\frac{33}{50}$

3) $p(A/B)=\frac{p(B\cap A)}{p(B)}=\frac{\frac{9}{50}}{\frac{33}{50}}=\frac{3}{11}$.

Exercice 3 :

Soit $A=\begin{pmatrix}2&5&3\\1&3&2\\1&2&2\end{pmatrix}$ et $B=\begin{pmatrix}2&-4&1\\0&1&-1\\-1&1&1\end{pmatrix}$

1) a- $\text{Det}(A)=\begin{vmatrix}2&5&3\\1&3&2\\1&2&2\end{vmatrix}=2\begin{vmatrix}3&2\\2&2\end{vmatrix}-5\begin{vmatrix}1&2\\1&2\end{vmatrix}+3\begin{vmatrix}1&3\\1&2\end{vmatrix}=4-0-3=1$

b- Det(A)≠0 alors A est inversible.

c- $A\times B=\begin{pmatrix}2&5&3\\1&3&2\\1&2&2\end{pmatrix}\times\begin{pmatrix}2&-4&1\\0&1&-1\\-1&1&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}$

d- on a : $A \times B = I_3$ alors B est la matrice inverse de A : $B= A^{-1}$.

2) On appelle : m_1 le prix de l'automobile du modèle M_1 ; m_2 le prix de l'automobile du modèle M_2 et m_3 le prix de l'automobile du modèle M_3 .

donc (m_1,m_2,m_3) est solution du système : $\begin{cases}2m_1+5m_2+3m_3=270\\m_1+3m_2+2m_3=165\\m_1+2m_2+2m_3=140\end{cases}$

par suite $\begin{pmatrix}2&5&3\\1&3&2\\1&2&2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}m_1\\m_2\\m_3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}270\\165\\140\end{pmatrix}$

C'est-à-dire : $A\begin{pmatrix} m_1 \\ m_2 \\ m_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 270 \\ 165 \\ 140 \end{pmatrix}$ d'où $\begin{pmatrix} m_1 \\ m_2 \\ m_3 \end{pmatrix} = A^{-1}\begin{pmatrix} 270 \\ 165 \\ 140 \end{pmatrix} = B\begin{pmatrix} 270 \\ 165 \\ 140 \end{pmatrix}$

Donc : $\begin{pmatrix} m_1 \\ m_2 \\ m_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & -4 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 270 \\ 165 \\ 140 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 20 \\ 25 \\ 35 \end{pmatrix}$

Le prix unitaire de l'automobile du modèle M_1 est : 20 milles dinars

Le prix unitaire de l'automobile du modèle M_2 est : 25 milles dinars

Le prix unitaire de l'automobile du modèle M_3 est : 35 milles dinars

Exercice 4 :

1) a- $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to+\infty} xe^{1-x} = \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{xe}{e^x} = \lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{e}{\frac{e^x}{x}} = 0$.

Donc la droite d'équation : y=0 est une asymptote horizontale à $\mathscr{C}$ au voisinage de (+∞).

b- $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to-\infty} xe^{1-x} = -\infty$; $\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{f(x)}{x} = \lim\limits_{x\to-\infty} e^{1-x} = +\infty$ donc ($\mathscr{C}$) admet au voisinage de (-∞) une branche parabolique de direction l'axe des ordonnées.

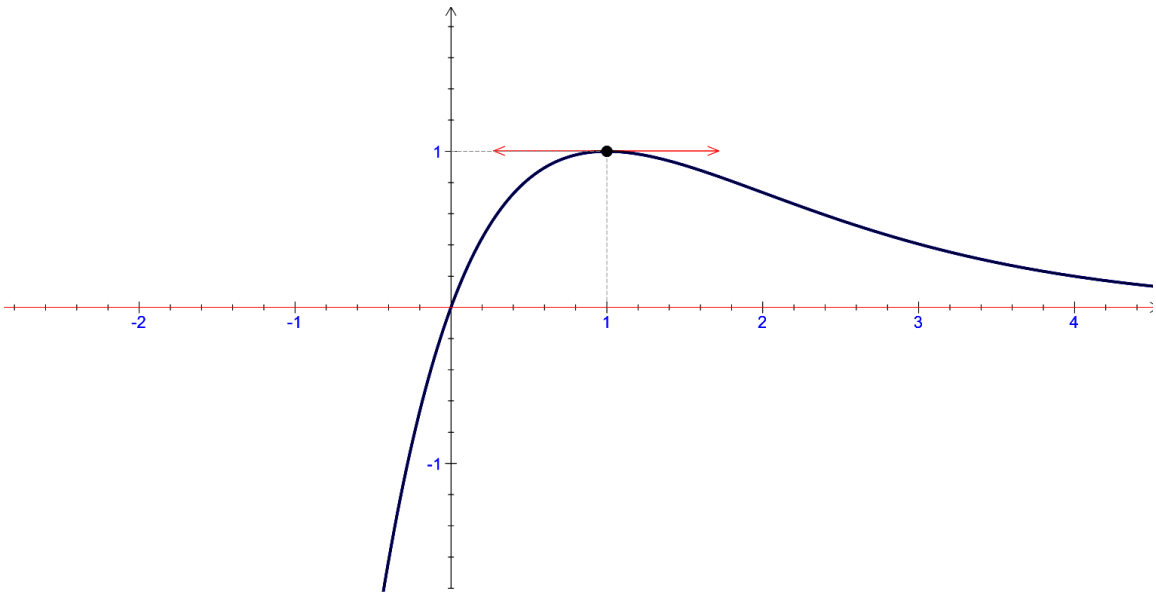
2) a- f est une fonction dérivable sur $\mathbb{R}$ et pour tout x réel $f'(x) = e^{1-x} - xe^{1-x} = (1-x)e^{1-x}$.

b- Le signe de f' est celui de (1 - x) , d'où le tableau de varaition de f est :

x	- ∞		0		+ ∞
f'(x)	+		0	-	
f (x)	- ∞	↗	1	↘	0

c- on a f(0)= 0 et f(1)=1 et f est continue et strictement croissante sur [0,1] donc pour tout : x∈ [0,1] on a : $0 \le f(x) \le 1$.

3)



4) Soit $\begin{cases} u_0 = a \quad \text{avec} \quad 0 < a < 1 \\ u_{n+1} = f(u_n) \quad \text{pour tout n} \in \mathbb{N} \end{cases}$

a- On a $u_0 = a$ et $0 < a < 1$ donc $0 \leq u_0 \leq 1$

on suppose que : $0 \leq u_n \leq 1$, où n un entier naturel,

et on montre que : $0 \leq u_{n+1} \leq 1$

En effet , on a : $u_{n+1} = f(u_n)$ et $0 \leq u_n \leq 1$

Or pour tout : $x \in [0,1]$ on a : $0 \leq f(x) \leq 1$

Comme $u_n \in [0,1]$ alors : $0 \leq f(u_n) \leq 1$ donc $0 \leq u_{n+1} \leq 1$.

Ainsi , pour tout entier naturel n , $0 \leq u_n \leq 1$.

b- on a : $0 \leq u_n \leq 1$ donc $-1 \leq -u_n \leq 0$ donc $0 \leq 1-u_n \leq 0$ donc $1 \leq e^{1-u_n}$.

c- $u_{n+1}-u_n = f(u_n)-u_n = u_n e^{1-u_n} - u_n = (e^{1-u_n}-1)u_n$

Or pour tout entier naturel n , on a $e^{1-u_n}-1 \geq 0$ et $u_n \geq 0$ donc $u_{n+1}-u_n \geq 0$

Donc la suite (u_n) est donc croissante.

d- étant donné que : la suite (u_n) est donc croissante et majorée par 1 donc elle une suite convergente vers une limite l.

De plus on a : pour tout entier naturel n , $u_{n+1} = f(u_n)$, $u_n \in [0,1]$, f est continue sur $[0,1]$

et (u_n) est suite convergente vers une limite l donc $l = f(l)$

Il en résulte que $l = 0$ ou $l = 1$.

Or (u_n) est croissante alors (u_n) est minorée par son premier terme $u_0 = a$

alors $u_n \geq a$ donc $l \geq a > 0$

D'où $l = 1$.