EXERCICE 1 :

1) b) **2) c)** **3) c)** **4) b)**
5) a) **6) b)** **7) c)** **8) a)**

EXERCICE 2 :

x	$-\infty$		2		$+\infty$
$g(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	$1+e^{-2}$	$\searrow$	1

1) soit g la fonction définie sur IR par $g(x)=(x-1)e^{-x}+1$

a) $g(0)=(0-1)e^{-0}+1=0$

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$g(x)$		$-$	0	$+$	

2) soit f la fonction définie sur IR par $f(x)=x-xe^{-x}$

a) $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to-\infty} x-xe^{-x}=\lim\limits_{x\to-\infty} x\left(1-e^{-x}\right)=+\infty$

$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty} x-xe^{-x}=\lim\limits_{x\to+\infty} x\left(1-e^{-x}\right)=+\infty$

b) f est dérivable sur IR et pour tout réel x, $f'(x)=1-\left(e^{-x}-xe^{-x}\right)=1-e^{-x}+xe^{-x}=(x-1)e^{-x}+1=g(x)$

c) le signe de f '(x) et ce lui de g(x)

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
f(x)	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

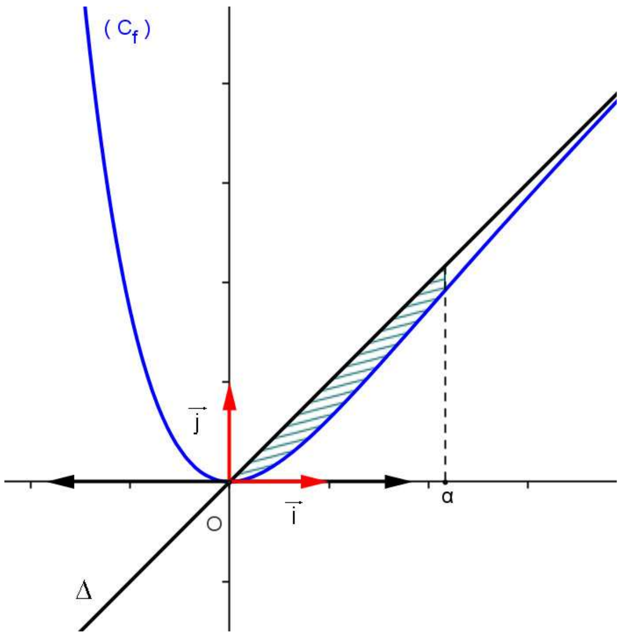
3) a) $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{f(x)}{x}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{x-xe^{-x}}{x}=\lim\limits_{x\to-\infty}1-e^{-x}=-\infty$ la courbe (C_f) admet au voisinage de $-\infty$ une branche infinie parabolique de direction celle de $(O,\vec{j})$.

b) $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)-x=\lim\limits_{x\to+\infty} x-xe^{-x}-x=\lim\limits_{x\to+\infty}-xe^{-x}=\lim\limits_{x\to+\infty}-\dfrac{x}{e^{x}}=0$ ainsi la droite Δ d'équation $y=x$ est une asymptote à (C_f) au voisinage de $+\infty$

c) $f(x)-x=-xe^{-x}$

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f(x)-x$	$+$	0	$-$
Position de C_f et Δ	**C_f est au dessus de Δ**	**$C_f=\Delta$**	**C_f est au dessous de Δ**

d)



4) a) $\alpha > 0$

$\mathscr{A}(\alpha) = \int_0^\alpha |f(x) - x|\, dx = \int_0^\alpha x - f(x)\, dx = \int_0^\alpha xe^{-x}\, dx$

A l'aide d'une intégration par parties :

On pose $u(x) = x \qquad u'(x) = 1$

$v'(x) = e^{-x} \qquad v(x) = -e^{-x}$

Donc $\mathscr{A}(\alpha) = \int_0^\alpha xe^{-x}\, dx = \left[-xe^{-x}\right]_0^\alpha + \int_0^\alpha e^{-x}\, dx = \left[-xe^{-x}\right]_0^\alpha + \left[-e^{-x}\right]_0^\alpha = -\alpha e^{-\alpha} - e^{-\alpha} + 1$

D'où $\mathscr{A}(\alpha) = = 1 - (\alpha + 1)e^{-\alpha}$ u.a

b) $\lim_{\alpha \to +\infty} \mathscr{A}(\alpha) = = \lim_{\alpha \to +\infty} 1 - (\alpha + 1)e^{-\alpha} = \lim_{\alpha \to +\infty} 1 - \frac{\alpha}{e^\alpha} - \frac{1}{e^\alpha} = 1$

EXERCICE 3 :

1) On pose x : le nombre de type B_1

y : le nombre de type B_2

z : le nombre de type B_3

Le bijoutier fabrique pendant une semaine 12 bracelets donc $x + y + z = 12$

Le bijoutier dispose de 150 g d'or pour la fabrication de ces bracelets dont 10g pour le type B_1, 10g pour le type B_2 et 20g pour le type B_3 donc $10x + 10y + 20z = 150$

Le coût total de fabrication des bracelets est 7900 D dont 500 D le type B_1, 600 D le type B_2 et 1000 D le type B_2 donc $500x + 600y + 1000z = 7900$

Ainsi déterminer x, y et z revient à résoudre le système $(S) : \begin{cases} 500x + 600y + 1000z = 7900 \\ 10x + 10y + 20z = 150 \\ x + y + z = 12 \end{cases}$

2) $A = \begin{pmatrix} 500 & 600 & 1000 \\ 10 & 10 & 20 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ et $B = \begin{pmatrix} -1 & 40 & 200 \\ 1 & -50 & 0 \\ 0 & 10 & -100 \end{pmatrix}$

a) $A \times B = \begin{pmatrix} 500 & 600 & 1000 \\ 10 & 10 & 20 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} -1 & 40 & 200 \\ 1 & -50 & 0 \\ 0 & 10 & -100 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 100 & 0 & 0 \\ 0 & 100 & 0 \\ 0 & 0 & 100 \end{pmatrix} = 100\, I_3$

A est inversible et son inverse est la matrice $A^{-1}=\frac{1}{100}B=\begin{pmatrix} \frac{-1}{100} & \frac{2}{5} & 2 \\ \frac{1}{100} & -\frac{1}{2} & 0 \\ 0 & \frac{1}{10} & -1 \end{pmatrix}$

b) $U=\begin{pmatrix} 7900 \\ 150 \\ 12 \end{pmatrix}$ et $V=\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$

A est inversible

D'où $A\times V=U \Leftrightarrow V=A^{-1}\times U \Leftrightarrow V=\frac{1}{100}B\times U$.

c) $A\times V=U$ est l'écriture matricielle du système (S) ainsi la solution de (S) est $V=\frac{1}{100}B\times U$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} \frac{-1}{100} & \frac{2}{5} & 2 \\ \frac{1}{100} & -\frac{1}{2} & 0 \\ 0 & \frac{1}{10} & -1 \end{pmatrix}\times\begin{pmatrix} 7900 \\ 150 \\ 12 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} -79+60+24 \\ 79-75 \\ 15-12 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 5 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix}$$

Ainsi le nombre de bracelets de type B_1 est 5.
le nombre de bracelets de type B_2 est 4.
le nombre de bracelets de type B_3 est 3.

EXERCICE 4 :

x_i	0	1	2	3	4	5
p_i	0,1	0,1	0,2	0,2	0,3	0,1

1) $E(X)=\frac{1}{6}\sum_{i=1}^{6}x_ip_i=\frac{1}{6}(0{,}1+0{,}4+0{,}6+1{,}2+0{,}5)=\frac{2{,}8}{6}\simeq 0{,}47$

2) a)

y_i	0	80	160	240	320	400
p_i	0,1	0,1	0,2	0,2	0,3	0,1

b) le bénéfice moyen est l'espérance mathématique de Y

$E(Y)=\frac{1}{6}\sum_{i=1}^{6}y_ip_i=\frac{1}{6}(8+32+48+96+40)=\frac{224}{6}\simeq 37{,}33$ dinars

3) p : la probabilité qu'un seul poste parmi les 5 postes vendus tombe en panne pendant la période de garantie.

$p=C_1^5(0{,}9)^4\times(1-0{,}9)=5\times 0{,}6561\times 0{,}1=0{,}32805$