Exercice 1 : (3 points)

Dans le tableau ci-dessous, à chaque question une seule des réponses proposées est correcte.

Ecrire le numéro de chaque question et donner, sans **justification**, la réponse qui lui correspond.

N	Questions	Réponses		
		a	b	c
1	Si G est le barycentre de (A, 2) et (B, 3) alors :	$\overrightarrow{AG}=\frac{2}{5}$	$\overrightarrow{AG}=\frac{2}{3}$	$\overrightarrow{AG}=\frac{3}{5}$
2	a est une réel non nul. Si 0 est solution de l'équation $ax^2+bx+c=0$ alors l'autre solution est	$-\frac{b}{2a}$	$-\frac{b}{a}$	$\frac{c}{a}$
3	$2x^2-3x+1\leq 0$ a pour ensemble de solutions :	$\left[-\frac{1}{2},1\right]$	$\left]-\infty,\frac{1}{2}\right]\cup[1,+\infty[$	$\left[\frac{1}{2},1\right]$

Exercice 2 : (7 points)

1. a) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $2x^2-5x+3=0$.

   b) En déduire les solutions de chacune des équations : $2-\frac{5}{x}+\frac{3}{x^2}=0$.

2. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $\frac{2x^2+x}{2x^2-5x+3}\leq -x$.

Exercice 3 : (10 points)

Soit A, B et C trois points non alignés et D le point tel que $2\overrightarrow{DA}-\overrightarrow{DB}+2\overrightarrow{DC}=\vec{0}$.

1. Soit G le barycentre des points pondérés (A, 2) et (B, -1).

a) Montrer que D est le barycentre des points G et C affectés de coefficients de que l'on déterminera.

b) Construire G et D.

2. Déterminer et construire l'ensemble (Γ) des points M tels que

$\left\|2\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC}\right\|=\left\|6\overrightarrow{MA}-3\overrightarrow{MB}\right\|$.

3. Déterminer et construire l'ensemble (Γ') des points M tels que $\left\|\overrightarrow{MG}+2\overrightarrow{MC}\right\|=\left\|\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}\right\|$.

Exercice 1 :

1. c) ; 2. b) ; 3.c)

Exercice 2 :

1. a) On remarque $x' = 1$ est une solution de l'équation $2x^2 - 5x + 3 = 0$. L'autre solution est donc $x'' = \frac{3}{2}$.

   b) L'équation $3 - \frac{5}{x} + \frac{2}{x^2} = 0$ est équivalente à $x \neq 0$ et $2\left(\frac{1}{x}\right)^2 - 5\left(\frac{1}{x}\right) + 3 = 0$

   Ou encore $x \neq 0$ et $\left(\frac{1}{x} = 1 \quad \text{ou} \quad \frac{1}{x} = \frac{3}{2}\right)$.

   Il en résulte que les solutions de l'équation $3 - \frac{5}{x} + \frac{2}{x^2} = 0$ sont $x_1 = 1$ et $x_2 = \frac{2}{3}$.

2. Il faut que $2x^2 - 5x + 3 \neq 0$, c'est-à-dire : $x \neq 1$ et $x \neq \frac{3}{2}$.

   $\frac{-2x^3 + 8}{2x^2 - 5x + 3} \leq -x$ équivaut à $\frac{-2x^3 + 8}{2x^2 - 5x + 3} + x \leq 0$ équivaut à $\frac{-5x^2 + 3x + 8}{2x^2 - 5x + 3} \leq 0$.

   Les solutions de l'équation $-5x^2 + 3x + 8 = 0$ sont -1 et $-\frac{8}{-5} = \frac{8}{5}$.

   Dressons le tableau de signe des trinômes $-5x^2 + 3x + 8$ et $2x^2 - 5x + 3$:

x	$-\infty$		-1		1		$\frac{3}{2}$		$\frac{8}{5}$		$+\infty$
$-5x^2 + 3x + 8$		-	0	+		+		+	0	-	
$2x^2 - 5x + 3$		+		+	0	-	0	-		-	
$\frac{-5x^2+3x+8}{2x^2-5x+3}$		-	0	+	||	-	||	-	0	+	

   Ainsi , l'ensemble de solution de l'inéquation $\frac{-2x^3 + 8}{2x^2 - 5x + 3} \leq -x$ est

   $\left]-\infty, -1\right] \cup \left]1, \frac{3}{2}\right[\cup \left[\frac{8}{5}, +\infty\right[$.

<u>Exercice 3 :</u>

1. a) $2\overrightarrow{DA} - \overrightarrow{DB} + 2\overrightarrow{DC} = \vec{0}$ équivaut à $2\left(\overrightarrow{DG} + \overrightarrow{GA}\right) - \left(\overrightarrow{DG} + \overrightarrow{GB}\right) + 2\overrightarrow{DC} = \vec{0}$

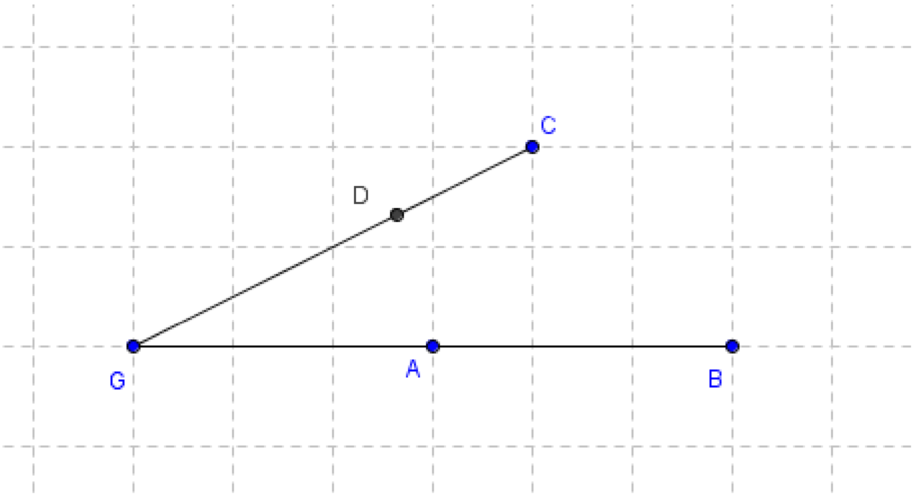
   équivaut à $\overrightarrow{DG} + 2\overrightarrow{DC} = \vec{0}$

Par suite, D est le barycentre de (G, 1) et (C, 2).

b) G le barycentre des points pondérés (A, 2) et (B, -1) donc $\overrightarrow{AG}=\frac{-1}{2-1}\overrightarrow{AB}=-\overrightarrow{AB}$.

D'où G est le symétrique de B par rapport à A.

On a : $\overrightarrow{GD}=\frac{2}{1+2}\overrightarrow{GC}=\frac{2}{3}\overrightarrow{GC}$.



2. $\left\|2\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC}\right\|=\left\|6\overrightarrow{MA}-3\overrightarrow{MB}\right\|$

équivaut à $\left\|3\overrightarrow{MD}+2\overrightarrow{DA}-\overrightarrow{DB}+2\overrightarrow{DC}\right\|=3\left\|2\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}\right\|$

équivaut à $\left\|3\overrightarrow{MD}\right\|=3\left\|\overrightarrow{MG}\right\|$ équivaut à DM = GM

Donc (Γ) est la médiatrice du segment [DG].

3. $\left\|\overrightarrow{MG}+2\overrightarrow{MC}\right\|=\left\|\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}\right\|$ équivaut à $\left\|3\overrightarrow{MD}+\overrightarrow{DG}+2\overrightarrow{DC}\right\|=\left\|\overrightarrow{BM}+\overrightarrow{MA}\right\|$

équivaut à $3MD=BA$ équivaut à $DM=\frac{1}{3}AB$

Donc (Γ') est le cercle de centre D et de rayon $\frac{1}{3}AB$.